

Bakalárska práca

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta stavební

Katedra konstrukcí

Nelineární řešení lanových konstrukcí

Nonlinear solution of cable constructions

Študent:

Michal Rajčan

Vedúci bakalárskej práce:

Ing. Lenka Koubová, Ph.D.

Ostrava 2017

Zadání bakalářské práce

Student: **Michal Rajčan**
Studijní program: B3607 Stavební inženýrství
Studijní obor: 3607R037 Konstrukce staveb
Téma: **Nelineární řešení lanových konstrukcí**
Nonlinear solution of cable constructions
Jazyk vypracování: slovenština

Zásady pro vypracování:

Vypracujte program pro nelineární řešení lanových konstrukcí. Při řešení využijte obecnou deformační metodu. Zpracovaný program použijte pro řešení vybraných lanových konstrukcí. Výsledky srovnajte s výsledky získanými pomocí jiného softwaru.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] J. Benda: Statika stavebních konstrukcí II. CERM, s.r.o. Brno, 1993. ISBN 80-7204-025-1.
- [2] J. Kadlčák: Statics of suspension cable roofs. A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1995. ISBN 90-5410-618-2.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Lenka Koubová, Ph.D.**

Datum zadání: 31.10.2016

Datum odevzdání: 02.05.2017



doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Čajka, CSc.
děkan fakulty

Prehlasujem, že som celú bakalársku prácu aj s prílohami vypracoval samostatne pod vedením vedúceho bakalárskej práce a uviedol som všetky použité podklady a literatúru.

V Ostrave

.....

podpis študenta

Prehlasujem:

- Bol som oboznámený s tým, že na mojej bakalárskej práci sa plne vzťahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, hlavne § 35 – užitie diela v rámci občianskych a náboženských obradov, v rámci školských predstavenia užitie diela školného a § 60 – školné dielo.
- Beriem na vedomie, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (ďalej len VŠB-TUO) má právo neplatené ku svojej vnútornej potrebe bakalársku prácu použiť (§ 35 odst.3).
- Súhlasím s tým, že údaje o bakalárskej práci budú zverejnené v informačnom systéme VŠB-TUO.
- Bolo zjednané, že s VŠB-TUO, v prípade záujmu z ich strany, uzavriem licenčnú zmluvu s oprávnením použiť dielo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- Bolo zjednané, že použitie svojho diela – bakalárskou pracou alebo poskytnutou licenciou k jej využitiu môžem iba zo súhlasom VŠB – TUO, ktorá je oprávnená v takomto prípade odo mňa požadovať primeraný príspevok na úhradu nákladov, ktoré boli VŠB – TUO na vytvorenie diela vynaložené (až do ich skutočnej výšky).
- Beriem na vedomie že odovzdaním svojej práce súhlasím so zverejnením svojej práce podľa zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o zmene a doplnení ďalších zákonov (zákon o vysokých školách), v znení neskorších predpisov, bez ohľadu na výsledok jej obhajoby.

V Ostrave

Anotácia

V rámci bakalárskej práce je spracovaný výpočetný skript v programe Matlab, ktorý umožňuje nelineárny výpočet statických a deformačných veličín rovinných a priestorových lanových konštrukcií pomocou obcej deformačnej metódy. Vytvorený program ponúka možnosť zadať vlastný typ lanovej konštrukcie s možnosťou zmeny prierezu lán, materiálu a zaťaženia na konštrukciu. Súčasťou práce je popis vytvorenia programu a ukážka výpočtu s grafickými výstupmi pre rôzne druhy zadania. Súčasťou bakalárskej práce je pravdepodobnostný posudok podľa medzného stavu únosnosti a použiteľnosti v mieste najväčšej deformácie.

Kľúčové slová

Matlab, lanová konštrukcia, obecná deformačná metóda, osová sila, ťah, deformácia, pravdepodobnosť, nelineárny výpočet.

Annotation

The main focus of the thesis is aimed at the creating an application for the nonlinear calculation of static and deformation variables for the planar and spatial cable construction using the direct stiffness method. Created application offers possibility to define own type of cable construction with possibility to change the diameter of cable, material and load of the structure. Description of the program and samples of graphic results of internal forces and deformations are a part of the thesis. The possibility of probabilistic assessment according to the ultimate limit state and serviceability limit state in the cross-section with maximal vertical deformation is the next part of program.

Key words

Matlab, cable structure, direct stiffness method, axial force, tension, deformation, probability, nonlinear calculation.

Obsah

Zoznam použitého značenia	8
1. Úvod	9
2. Úvod do riešenia rovinných prútových konštrukcií deformačnou metódou [8].....	10
2.1 Výpočtový model rovinatej prútovej sústavy	10
2.2 Stupeň pretváranej neurčitosti	13
3. Obecná deformačná metóda pre rovinné priehradové konštrukcie [8]	13
3.1 Princíp obcej deformačnej metódy	14
3.1.1 Uzlové účinky	14
3.1.2 Podmienky rovnováhy uzlov	15
3.1.3 Vyjadrenie koncových síl pomocou parametrov deformácie	16
3.1.4 Globálne vektory prútovej sústavy	19
3.2 Analýza priameho prutu	19
3.2.1 Prút obojstranne klbovo pripojený	20
3.3 Analýza prútovej sústavy	20
3.3.1 Sústava rovníc	20
4. Obecná deformačná metóda pre priestorové konštrukcie [8]	21
4.1 Výpočtový model	21
4.2 Stupeň pretváranej neurčitosti	22
4.3 Analýza prutu v priestore	22
4.3.1 Vytvorenie matice tuhosti	23
5. Nelineárne úlohy u prútových sústav	24
5.1 Podstata nelineárnych úloh	24
5.2 Konštrukčná nelinearita	24
5.3 Geometrická nelinearita	24
5.3.1 Geometrická nelinearita pre Jawerthov väzník	24
5.3.2 Geometrická nelinearita pre lanovú konštrukciu nad kruhovým pôdorysom.....	25
6. Tvorba výpočtových programov	25
6.1 Tvorba programu pre Jawerthov väzník	26
6.1.1 Vytvorenie a načítanie vstupných údajov	26
6.1.2 Vytvorenie nulového vektora osových síl N	27
6.1.3 Vytvorenie matice tuhosti K	27
6.1.4 Zaťaženie konštrukcie	28
6.1.5 Výpočet deformácií a osových síl	29

6.1.6	Výpočet osových síl	29
6.1.7	Posúdenie výsledkov	30
6.1.8	Spresnenie výsledkov	33
6.2	Tvorba programu pre lanové konštrukcie nad kruhovým pôdorysom	35
6.2.1	Vytvorenie a načítanie vstupných údajov	35
6.2.2	Vstupné veličiny z_0 a z_1 a metóda sečen	36
6.2.3	Vytvorenie matice tuhosti K	36
6.2.4	Podmienenosť matice	37
6.2.5	Vytvorenie novej geometrie a výpočet normálových síl	38
6.2.6	Porovnanie výsledkov	39
7.	Pravdepodobnostný posudok	41
7.1	Funkcia spoľahlivosti	41
7.2	Náhodné vstupné veličiny	41
7.3	Dosiahnuté výsledky	41
7.4	Posudok spoľahlivosti	42
8.	Záver	43
	Podakovanie	44
	Zoznam obrázkov	45
	Literatúra a použité zdroje	46
	Zoznam príloh	46

Zoznam použitého značenia

m	hmotný bod
k	kĺbový styčník
u, v, w	globálne zložky posunutia
φ	pootočenie v rovine sústavy xz
x, y, z	globálne súradnicové osi
n_p	stupeň pretvárnej neurčitosti
M	ohybový moment
V	posúvajúca sila
N	osová sila
F	zaťaženie
X, Y, Z	zložky interakcií rovnobežné s príslušnými globálnymi súradnicami x, y, z
γ	uhol odmeriavaný od kladnej globálnej osy x ku kladnej lokálnej osy x^*
x^*, y^*, z^*	lokálne súradnicové osi
Δl_{ab}	osová dilatácia priameho prutu
E	modul pružnosti v ťahu a tlaku
l	dĺžka prutu
A	plocha prierezu prutu
$\mathbf{k}_{ab}^* \mathbf{k}_{ab}$	matica tuhosti prutu v LSS a GSS
\mathbf{T}_{ab}	transformačná matica
\mathbf{T}_{ab}^T	transponovaná (resp. inverzná) transformačná matica
$\mathbf{r}_{ab}^* \mathbf{r}_{ab}$	vektor parametrov deformácie v LSS a GSS
LSS	lokálny súradnicový systém
GSS	globálny súradnicový systém
$\mathbf{R}_{ab}^* \mathbf{R}_{ab}$	vektor koncových síl v LSS a GSS
\mathbf{F}	zaťažovací vektor prútovej sústavy
\mathbf{K}	symetrická štvorcová matica
\mathbf{r}	globálny vektor parametrov deformácie prútovej sústavy
\mathbf{S}	globálny vektor uzlového zaťaženia
ω	relaxačný parameter
SSOR	symetrická horná relaxácia
\mathbf{M}	predpodmieňovacia matica
RF	funkcia spoľahlivosti
w_{lim}	limitný prieťah pre pravdepodobnostný posudok spoľahlivosti
p_{nom}	nominálna hodnota zaťaženia pre pravdepodobnostný posudok spoľahlivosti
d_{nom}	nominálna hodnota priemeru pre pravdepodobnostný posudok spoľahlivosti
E_{nom}	nominálna hodnota modulu pružnosti pre pravdepodobnostný posudok
p_d	návrhová hodnota pravdepodobnosti poruchy

1. Úvod

Medzi najprogressívnejšie typy strešných konštrukcií s veľkými rozpätiami patria lanové sústavy. [1]

Lano – konštrukčný prvok známy snáď už od praveku (lanové mosty) – sa v minulosti využíval výhradne pre strojárenské účely. Do stavebníctva prišiel až na konci 19. storočia s rozvojom mostného stavebníctva. Jeho výborná ohybnosť (s ňou súvisiace nulové ohybové momenty) a ťahová únosnosť umožňujú preklenúť veľké vzdialenosti s minimálnou prierezovou plochou, a preto je výborným konštrukčným prvkom pre zastrešenie veľkorozponových konštrukcií. Nevýhodou lán je ich tvarová nestálosť, zvlášť pri lokálnom zaťažení. Pre pestrejšie využitie lanových konštrukcií je potreba spraviť podrobnejšiu analýzu. [2]

Zvýšené uplatnenie oceľových lán a iných ťahaných prvkov je v súčasnosti podmienené najmä rozvojom nových architektonických foriem, pre ktoré je charakteristický prechod od klasických prvkov namáhaných tlakom k subtilným ťahaným prvkom. Hospodárnosť týchto novodobých sústav je najmä v tom, že prierez lán z materiálu vysokej pevnosti možno pri namáhaní ťahom plne využiť, čím sa znižuje tiaž lanových konštrukcií. [1]

Analýza zložitejších lanových sústav však nie je jednoduchá. Ide o nelineárnu úlohu, ktorej výsledky môžeme získať až s výpočtovou technikou. Preto lanové konštrukcie v pozemnom staviteľstve museli na svoje využitie počkať až do sedemdesiatych rokov dvadsiateho storočia. Nástup rýchlych počítačov a využívanie efektívnych metód riešenia nelineárnych úloh umožňuje architektom preniesť ich odvážne vízie do reálnej podoby. Lanové konštrukcie tak vo svete začínajú rýchlo pribúdať.

Cieľom mojej bakalárskej práce bolo vytvorenie aplikácie pre výpočet statických a deformačných veličín lanových konštrukcií pomocou obecnej deformačnej metódy s uvažovaním na geometrickú a konštrukčnú nelinearitu.

Druhá a tretia kapitola je zameraná na teoretické pozadie výpočtu lanových konštrukcií pomocou deformačnej metódy.

V štvrtej kapitole sú konkrétnejšie popísané druhy nelinearit, ktoré sa prevažne vyskytujú v lanových konštrukciách.

Ďalšia časť sa zaoberá tvorbou samotného výpočtového programu. Je tu uvedený postup tvorby, ukážky algoritmov a rozdiely v jednotlivých iteráciách.

V šiestej kapitole je spravený a detailne popísaný pravdepodobnostný posudok podľa medzného stavu použiteľnosti, ktorý sa rieši v mieste najväčšieho priehybe Jawethova väzníku.

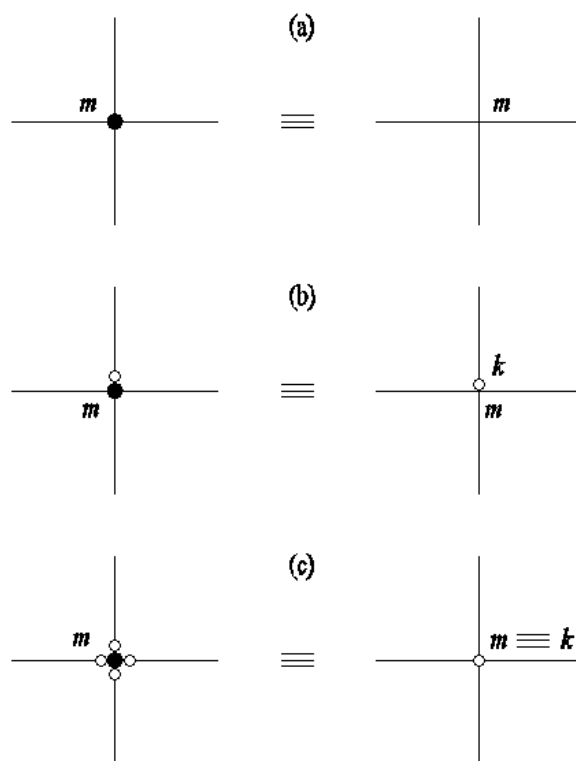
2. Úvod do riešenia rovinných prútových konštrukcií deformačnou metódou [8]

Rozsiahlejšie staticky neurčité prútové konštrukcie sa riešia s výhodou deformačnej metódy. Metóda deformačná je metóda nepriama, ktorá rieši najprv deformačný stav prútovej konštrukcie a z neho potom odvodzuje statický stav. Za neznáme volí pretvárne – deformačné – neurčité veličiny (posunutie a pootočenie styčníc, pootočenie prútov), pre ktoré sa zostavuje sústava lineárnych rovníc zo statických podmienok rovnováhy.

2.1 Výpočtový model rovinnej prútovej sústavy

Výpočtový model rovinnej konštrukcie je tvorený strednicami prútov konštrukcie s idealizovanými vonkajšími väzbami, geometrickými prierezovými charakteristikami, fyzikálnymi vlastnosťami materiálu a idealizovaný zaťažením.

Uvedme teraz niekoľko dôležitých poznámok k úprave výpočtového modelu prútovej sústavy, vedúcej k vytvoreniu nového výpočtového modelu pre deformačnú metódu. Ku vzájomnému spojeniu jednotlivých prútov sústavy dochádza v styčníkoch (uzloch). Je to miesto teoretického priesečníka osí prútov, v ktorom sa dá predstaviť hmotný bod. K hmotnému bodu (styčníku) m sú konce prútov pripojené buď monoliticky (obr. 2.1a), alebo kĺbovo (obr. 2.1c). Styčník s monolitickým (tuhým) spojením aspoň z dvoch prútov nazývame monolitický (rámový) styčník (obr. 2.1a,b). Ak sú ku styčníku pripojené všetky prúty kĺbovo (obr. 2.1c), hovoríme o kĺbovom (nerámovom) styčníku.

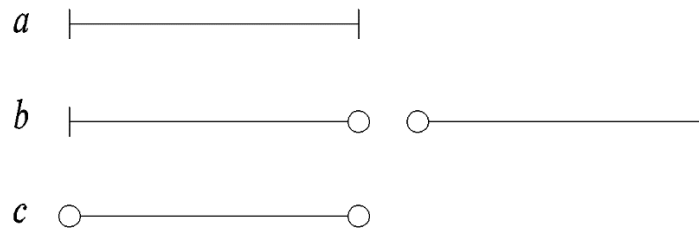


Obr. 2.1 Styčníky rovinnej prútovej sústavy

Každý voľný (nepodoprený) styčník a podľa obr. 2.2a môže pri deformácii rovinnej prútovej sústavy vykonať tri zložky premiestnenia (pohybu).

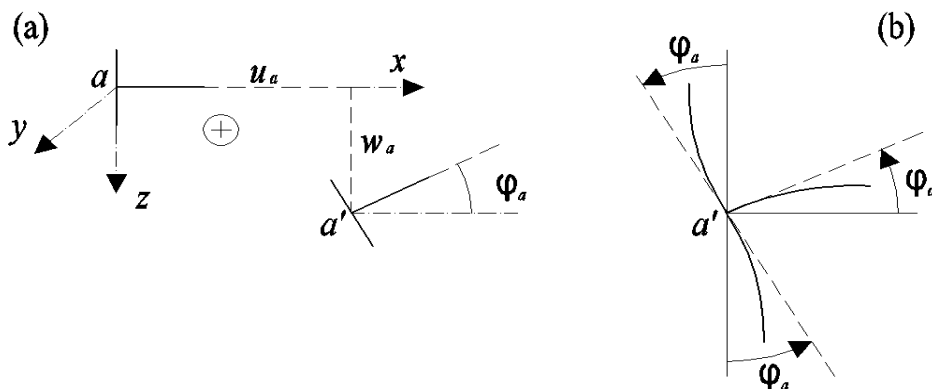
- vodorovnú zložku posunu u_a ,
- zvislú zložku posunu w_a ,
- pootočenie φ_a v rovine sústavy xz .

Pripojenie prútov môže byť obojstranne monoliticky pripojené (obr. 1.2a), jednostranne kĺbovo pripojené (obr. 1.2b) a obojstranne kĺbovo pripojené (obr. 1.2c).



Obr. 2.2 Pripojenie prútov

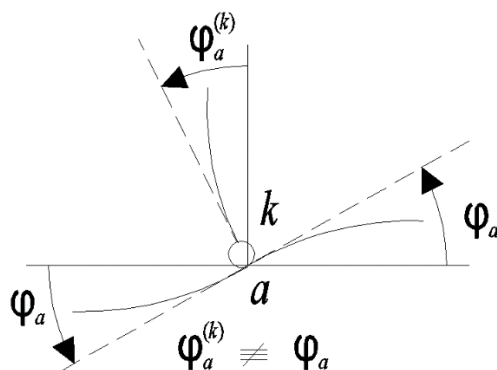
Pre zložky premiestnenia u_a , w_a , φ_a styčníka a zavádzame nasledujúcu znamienkovú konvenciu: kladný vodorovný posun u_a doprava v smere osy x , kladný zvislý posun w_a mieri dolu v smere osy z . Pootočenie φ_a styčníka a je kladné proti zmyslu chodu hodinových ručičiek.



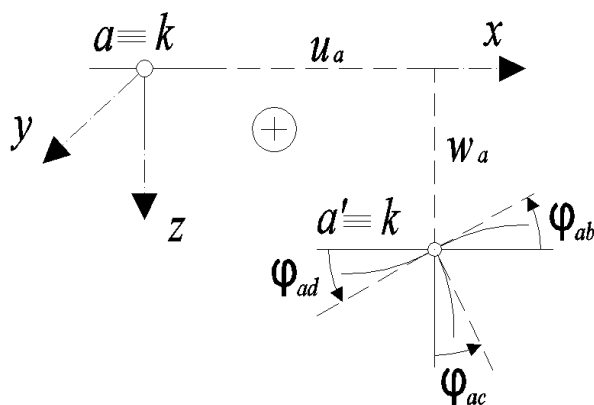
Obr. 2.3 Tri zložky premiestnenia monolitického styčníka

Pootočenie φ_a styčníka a je súčasne pootočením koncových priereзов všetkých prútov monoliticky pripojených ku styčníku a (obr. 2.3b). Ak zvierajú pred deformáciou prútové sústavy priame pruty styčníku a navzájom pravý uhol, potom po pružnej deformácii sústavy, vyvolane zaťažením, zvierajú ten istý uhol dotýčnice k ohybovým čiaram prútov v koncových priereзов a' . Z toho vyplýva, že pruty sústavy sú do styčníka pružne upnuté. Podobne posunutia všetkých koncov prútov, ktoré sú monoliticky pripojené ku styčníku, sú zhodné s posunutím styčníka.

Ak je prút k styčníku a pripojený kĺbom k (obr. 2.1b, 2.4), musia byť zložky posunov konca prútu a styčníka rovnaké. Pootočenie tohto konca prútu je však na pootočenie styčníka nezávislé.



Obr. 2.4. Pripojenie prutu klbom k monolitickému styčníku

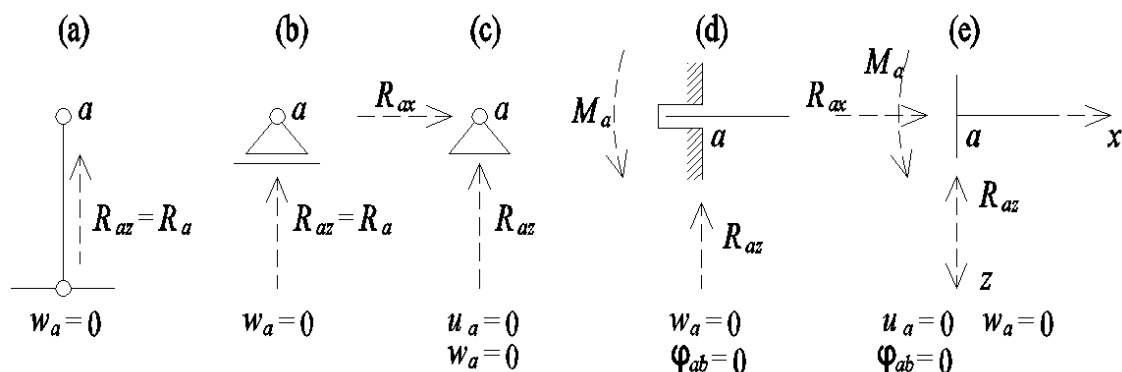


Obr. 2.5. Dve zložky premiestnenia klbového styčníka

Pri klbovom pripojení všetkých prútov ab , ac , ad , ... ku styčníku a budú posuny koncov pripojených prútov zhodné z posunmi u_a , w_a styčníku a (obr. 2.5.). Pootočením koncových priereзов jednotlivých prútov má však rozdielne veľkosti, nezávislé na pootočení styčníkov. Klbový styčník a na obr. 2.5 má dva neznáme parametre deformácie u_a , w_a a jeho pootočenie φ_a (nevýznamné) budeme v ďalšom výklade zmluvne pokladať za nulové ($\varphi_a = 0$).

Podľa počtu zložiek reakcií vznikajúcich vo vonkajších väzbách rovinatej prútovej sústavy rozlišujeme.

- Jednásobne: kývni prút v bode a na obr. 2.6a a posuvný klb a na obr. 2.6b s nulovou zložkou posunutia w_a
- Dvojnásobne: neposuvný klb a na obr. 2.6c s nulovými zložkami premiestnenia u_a , w_a a posuvné votknutie na obr. 2.6d s nulovou zložkou posunutia w_a a nulovým pootočením φ_a
- Trojnásobné: dokonalé votknutie a na obr. 2.6e s nulovými zložkami premiestnenia u_a , w_a , φ_a prierezu a



Obr. 2.6. Vonkajšie väzby rovinnej prútovej sústavy

2.2 Stupeň pretvárnej neurčitosti

Každá statická podmienka rovnováhy styčníka, vyjadrená pomocou neznámych deformačných veličín u , w , φ , predstavuje lineárne rovnice. Riešením sústavy lineárnych rovníc, získane rozpísaním statických podmienok rovnováhy styčníkov, dostaneme premiestnenie u , w , φ všetkých styčníkov, vďaka ktorým je jednoznačne určený celkový deformačný stav prútovej sústavy.

Celkový počet nezávislých premiestnení u , w , φ styčníkov prútovej sústavy udáva stupeň pretvárnej neurčitosti sústavy.

Podoprením styčníkov rovinnej prútovej sústavy vonkajšou väzbou znižujeme počet jeho neznámych zložiek premiestnenia. Kyvný prút odoberá styčníku jeden stupeň voľnosti a znemožňuje posun styčníkov v smere osy kyvného prútu. Pevný kĺb zruší styčníku dva stupne voľnosti a zamedzí posunutiu u , w styčníka. Dokonalé votknutie monolitického styčníka potom zruší všetky jeho tri stupne voľnosti a styčník sa nemôže posunúť ani pootočiť.

Pre stanovenie stupňa pretvárnej neurčitosti n_p rovinnej prútovej sústavy môžeme použiť vzťah.

$$n_p = 3t + 2k + p + p_v \quad (2.1)$$

V ktorom znamená:

- t ... počet monolitických (tuhých) styčníkov
- k ... počet kĺbových styčníkov
- p ... počet jednoduchých posuvných podoprení (kyvný prút, posuvný kĺb)
- p_v ... počet vonkajších väzieb umiestnených u styčníkov a prepočítaných na jednonásobne väzby

3. Obecná deformačná metóda pre rovinné priehradové konštrukcie [8]

Platí, že v prípade priehradových konštrukcií nevznikajú žiadne momenty v styčníkoch, tak v ďalšom výklade neriešime ohybové momenty M , posúvajúce sily V a natočenie φ .

Počítame iba s osovými silami. Výpočtový model prútovej sústavy, uvažujeme s označením styčníc (uzlov), vrátane podporových bodov arabskými číslicami a prútov odpovedajúcimi dvojicami čísel koncových bodov. Tým je u každého prútu daná jeho jednoznačná orientácia. Pravouhlá globálna súradnicová sústava slúži k popisu celej konštrukcie. Pre uľahčenie analýzy každého jednotlivého prútu zavedieme v ďalšom výklade lokálnu súradnicovú sústavu.

Vo výpočtovom modeli prisúdime uzlom odpovedajúce zložky premiestnenia. Vzťahujeme ich ku globálnej súradnicovej sústave a nazveme ich globálnymi parametrami deformácie. Stupeň pretvárnej neurčitosti n_p udáva celkový počet neznámych globálnych parametrov deformácie prútovej sústavy a súčasne počet lineárnych algebrických rovníc, nutných k ich vyriešeniu. Jednotlivé prúty konštrukcie budeme vyšetrovať samostatne v ich lokálnych súradnicových sústavách, kde uplatníme lokálne parametre deformácie uzlov. Súvislosť medzi lokálnymi a globálnymi parametrami deformácie vyjadríme transformačnými vzťahmi.

3.1 Princíp obecnej deformačnej metódy

Ako už bolo uvedené, prútová sústava sa po priložení statického zaťaženia pružne deformuje a vzniká tak deformovaný stav konštrukcie. Každý kĺbový styčník pritom vykoná dve zložky premiestnenia – posunutia u , w (obr. 2.3a), ktoré sú základnými neznámymi parametrami deformácie. Prúty pripojené k deformovaným styčnikom sa predĺžia (skrátia) a ohnú, čo vyvolá normálové sily N . Ak sa zaťaženie nezmení, nezmení sa ani deformovaný stav prútovej sústavy a tá sa nachádza v rovnovážnom stave. V rovnováhe potom musí byť tiež akákoľvek časť vybraná z prútovej sústavy, teda aj každý styčník alebo prút.

K určeniu neznámych parametrov deformácie (zložiek premiestnenia) uzlov ako prvotných hodnôt pre stanovenie vnútorných síl prútov sa využívajú statické podmienky rovnováhy (3.1) uvoľnených styčníc.

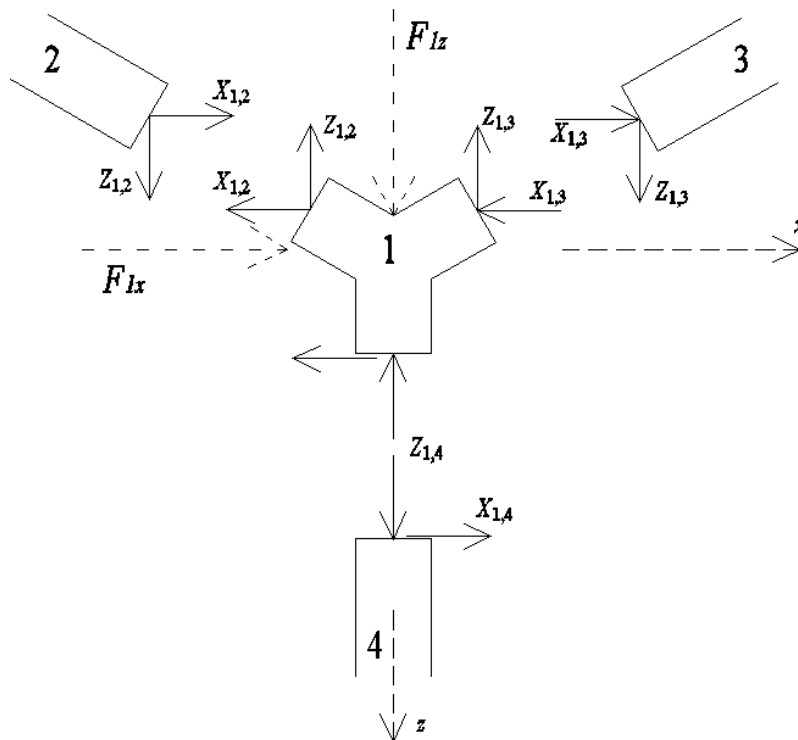
$$\sum F_x = 0, \sum F_z = 0, \quad (3.1)$$

Označujú sa ako styčníkové rovnice (v obecnejšom tvare) a ich počet je daný počtom neznámych parametrov deformácie n_p . Aj keď vnútorné sily (interakcie) medzi uzly a prúty vzniknú až na zaťaženej a zdeformovanej prútovej sústave, zostavujeme statické podmienky rovnováhy na sústave pôvodnej (nezdeformovanej). Jedná sa o riešenie podľa teórie prvého rádu. Predpokladá sa fyzikálny aj geometrický lineárny výpočtový model prútovej sústavy, čo umožňuje pri odvodení vzťahov deformačnej metódy využiť princíp úmernosti a princíp superpozície.

3.1.1 Uzlové účinky

Zaťaženie a deformovaná prútová sústava vyvolá u každého vybraného prútu koncové sily. Na každý styčník vybraný z konštrukcie potom pôsobí ako aj interakcia od všetkých pripojených prútov, sily predstavujúce zaťaženie uzlov (na obr. 3.1 vyznačené čiarkovane). Každá zložka interakcie vyjadruje príslušnú vzájomnú akciu a reakciu medzi koncom prútu a uzlom. Účinok pôsobiaci na uzol predstavuje akciu konca prútu na uzol, zatiaľ čo účinok prislúchajúcemu konci prútu vyjadruje reakciu uzlu na koniec prútu. Tieto reakcie označujeme ako koncové sily. V podporových bodoch pôsobia ešte zložky reakcií vonkajších väzieb.

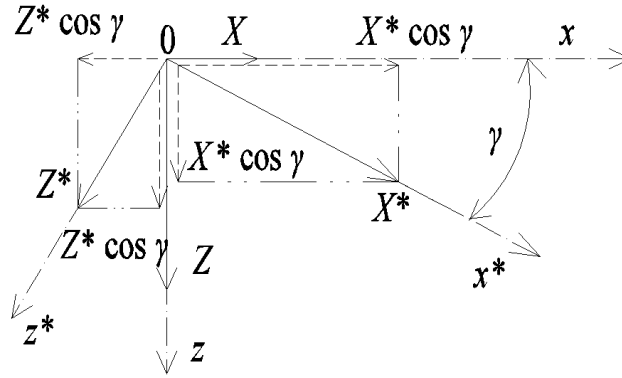
Zložky interakcií sú na obr. 3.1 označené X, Z pre silové zložky rovnobežné s príslušnými globálnymi súradnicovými osami x, z . Každá zložka je opatrená dvoma indexami podľa čísla koncových bodov prútov a tiež uzlov, ktoré prút spojuje. Poradie indexov udáva orientáciu zložiek interakcií na prúte. Prvý index je číslo uzlu (konca prútu), v ktorom interakcia pôsobí a druhý index je číslo protiľahlého uzlu prútu. Všetky interakcie na obr. 3.1 sú v globálnej súradnicovej sústave a predstavujú globálne zložky koncových síl na prútoch. Znamienková konvencia globálnych koncových síl je taká, že kladná silová zložka pôsobí v smere kladnej globálnej súradnicovej osy, to znamená vodorovná doprava a zvislá dole. Uzlové účinky majú práve opačnú konvenciu. Analýza jednotlivých prútov sa robí v individuálnych lokálnych súradnicových sústavách každého prútu samostatne, kde sa pracuje s lokálnymi zložkami koncových síl. Globálne zložky interakcií sú nevyhnutné pre vyjadrenie podmienok rovnováhy uvoľnených styčníc.



Obr. 3.1 Zložky interakcií a uzlové zaťaženie

3.1.2 Podmienky rovnováhy uzlov

Po uvoľnení všetkých styčníc a uplatnenia príslušných interakcií (uzlových akcií) a vonkajšieho zaťaženia môžeme zostaviť styčnicové rovnice, vyjadrujúce statické podmienky rovnováhy styčníc.



Obr. 3.2 Transformácia koncových síl

Pretvárame neurčité veličiny u_1, w_1 a u_2, w_2 riešime zo statických podmienok rovnováhy síl, pôsobiacich na uvoľnené styčníky 1 a 2. Všetky zložky interakcií (koncových síl) odpovedajú globálnej súradnicovej sústave xz . Na prútoch je výhodné určovať koncové sily v lokálnych súradnicových sústavách x^*z^* individuálne pre každý prút. Globálne koncové sily sa určia z lokálnych koncových síl jednoduchou transformáciou podľa obr. 3.2.

$$\begin{aligned} X &= X^* \cos \gamma + Z^* \cos \left(\gamma + \frac{\pi}{2} \right) = X^* \cos \gamma - Z^* \sin \gamma \\ Z &= X^* \sin \gamma + Z^* \sin \left(\gamma + \frac{\pi}{2} \right) = X^* \sin \gamma + Z^* \cos \gamma \end{aligned} \quad (3.2)$$

kde γ je orientovaný uhol odmeriavaný od kladnej globálnej osy x ku kladnej lokálnej osy x^* . Voľba lokálnej sústavy prútu je úplne ľubovoľná.

3.1.3 Vyjadrenie koncových síl pomocou parametrov deformácie

V našom prípade zaťažujeme konštrukciu iba do styčníkov a nie na prút, vďaka čomu môžeme vylúčiť z výpočtu primárne koncové sily. Rozdielom lokálnych koncových posunutí u_a^*, w_b^* sa určí podľa rovnice (3.3) osová dilatácia priameho prutu Δl_{ab} .

$$\Delta l_{ab} = u_b^* - u_a^* \quad (3.3)$$

Uplatnením Hookovú zákona

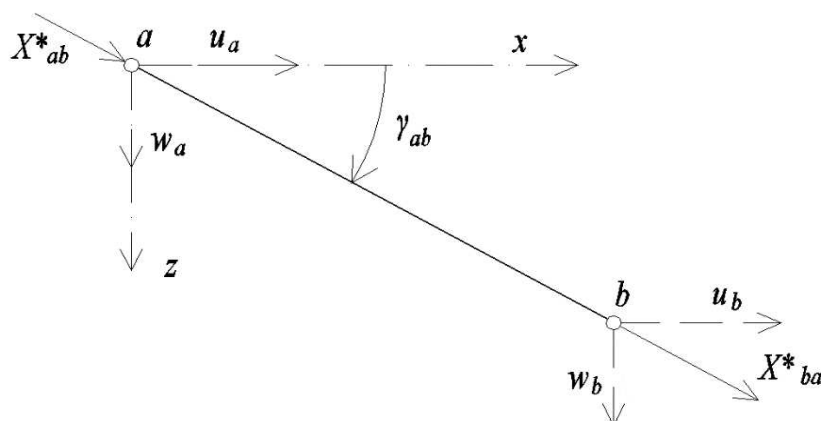
$$\Delta l_{ab} = \frac{\hat{N}_{ab}^* l_{ab}}{EA_{ab}} = u_b^* - u_a^* \quad (3.4)$$

vyjadríme vplyv pružných osových zmien prutu ako sekundárny účinok (označený striedkou)

$$-\hat{N}_{ab}^* = \hat{X}_{ab}^* = -\hat{X}_{ba}^* = -\frac{EA_{ab}}{l_{ab}} (u_b^* - u_a^*). \quad (3.5)$$

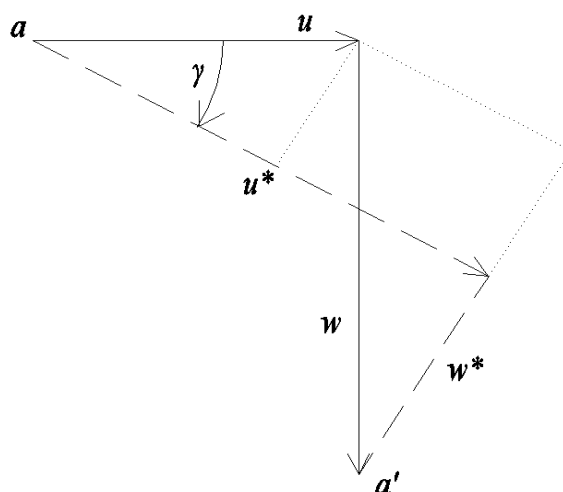
Dostaneme výrazy pre výsledné lokálne koncové osovú sily

$$\begin{aligned} X_{ab}^* &= -\frac{EA_{ab}}{l_{ab}} (u_b^* - u_a^*); \\ X_{ba}^* &= \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} (u_b^* - u_a^*). \end{aligned} \quad (3.6)$$



Obr. 3.3 Globálne parametre deformácií a lokálne koncové sily obojstranne klíbovo uloženého prútu

Pre prút, ktorého lokálna osa x^* je odklonená o uhol γ_{ab} od globálnej osy x (obr. 3.3), je nutné výrazy (3.6) pre lokálne koncové sily vyjadriť pomocou globálnych parametrov deformácie. Podľa obr. 3.4, kde premiestnenie z bodu a do bodu a' je znázornené dvoma sústavami vektorov posunutia o veľkostiach u, w a u^*, w^* , zapíšeme transformačné vzťahy pre zložky posunutí.



Obr. 3.4 Transformácia zložiek posunutia

$$\begin{aligned} u^* &= u \cos \gamma + w \sin \gamma, \\ w^* &= -u \sin \gamma + w \cos \gamma. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Vyjadríme lokálne koncové sily

$$\begin{aligned} X_{ab}^* &= -\frac{EA_{ab}}{l_{ab}} [(u_b - u_a) \cos \gamma_{ab} + (w_b - w_a) \sin \gamma_{ab}]; \\ X_{ba}^* &= \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} [(u_b - u_a) \cos \gamma_{ab} + (w_b - w_a) \sin \gamma_{ab}]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Matica tuhosti prútu v LSS (lokálny súradnicový systém) v rovinnej prútovej konštrukcii je obecné 6. rádu. Pre prút v priehradovej konštrukcii je možné maticu tuhosti prútu \mathbf{k}_{ab}^* zapísať ako maticu 2. rádu. V prúte pôsobia iba osové sily.

$$\mathbf{k}_{ab}^* = \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{ab}^* = \begin{Bmatrix} X_{ab}^* \\ X_{ba}^* \end{Bmatrix} = \mathbf{k}_{ab}^* \begin{Bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \end{Bmatrix} = \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Transformačná matica prútu \mathbf{T}_{ab} v rovinnej konštrukcii je obecné 6. rádu. Pre prút rovinnej priehradovej konštrukcie ju môžeme zapísať v maticovom tvare:

$$\mathbf{T}_{ab} = \begin{Bmatrix} \cos \gamma_{ab} & \sin \gamma_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma_{ab} & \sin \gamma_{ab} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Transponovaná (resp. inverzná) transformačná matica potom vyzerá:

$$\mathbf{T}_{ab}^T = \mathbf{T}_{ab}^{-1} = \begin{Bmatrix} \cos \gamma_{ab} & 0 \\ \sin \gamma_{ab} & 0 \\ 0 & \cos \gamma_{ab} \\ 0 & \sin \gamma_{ab} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c & 0 \\ s & 0 \\ 0 & c \\ 0 & s \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Vektory parametrov deformácie prútu rovinnej priehradovej konštrukcie v maticovom tvare pre LSS (lokálny súradnicový systém) a GSS (globálny súradnicový systém) môžeme zapísať ako:

$$\mathbf{r}_{ab}^* = \begin{Bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{ab} \mathbf{r}_{ab} = \begin{Bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ w_a \\ u_b \\ w_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_a c + w_a s \\ u_b c + w_b s \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{r}_{ab} = \begin{Bmatrix} u_a \\ w_a \\ u_b \\ w_b \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{ab}^T \mathbf{r}_{ab}^* = \begin{Bmatrix} c & 0 \\ s & 0 \\ 0 & c \\ 0 & s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_a^* c \\ u_a^* s \\ u_b^* c \\ u_b^* s \end{Bmatrix}$$

Maticové vyjadrenie výpočtu vektorov koncových síl prútu pre rovinnú priehradovú konštrukciu môžeme zapísať ako:

$$\mathbf{R}_{ab}^* = \begin{Bmatrix} X_a^* \\ X_b^* \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{ab} \mathbf{R}_{ab} = \begin{Bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_a \\ Z_a \\ X_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_a c + Z_a s \\ X_b c + Z_b s \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{R}_{ab} = \begin{Bmatrix} X_a \\ Z_a \\ X_b \\ Z_b \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{ab}^T \mathbf{R}_{ab}^* = \begin{Bmatrix} c & 0 \\ s & 0 \\ 0 & c \\ 0 & s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_a^* \\ X_b^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_a^* c \\ X_a^* s \\ X_b^* c \\ X_b^* s \end{Bmatrix}$$

Výrazy (3.8) vyjadrujú lokálne koncové sily $X_{ab}^* = -X_{ba}^*$ prútu ab pomocou neznámych globálnych deformácií u, w . Sú to veličiny, ktoré prislúchajú celej riešenej konštrukcie.

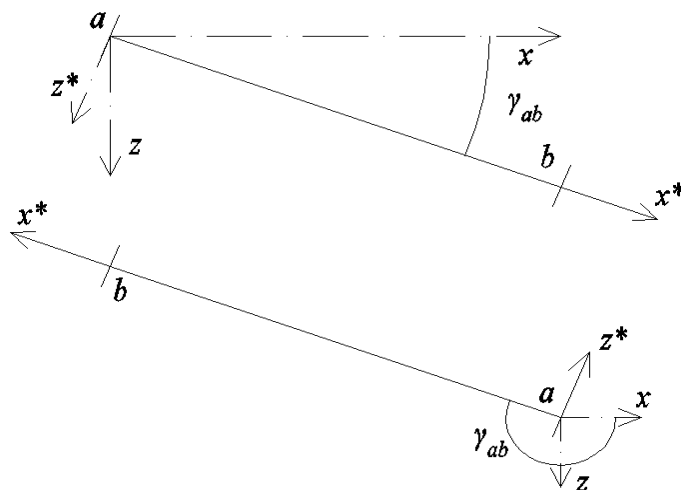
3.1.4 Globálne vektory prútovej sústavy

Globálny vektor parametrov deformácie \mathbf{r} získame tak, že všetky voľné globálne zložky premiestnenia uzlov prihradové sústavy zostavíme do stĺpcového vektora. Jednotlivé zložky deformácií vo vektore usporiadame tak, že postupujeme podľa číslovania styčníc a podporových bodov a v každom i -tom styčniku uvažujeme vždy rovnaké poradie parametrov u_i, w_i . V bodoch, kde sú predpísané vonkajšie nepoddajné väzby, nie sú parametre deformácie voľné (sú nulové) a vo vektore \mathbf{r} ich neuvažujeme. U klbových podpor pokladáme φ za zmluvne nulovú hodnotu $\varphi = 0$, ak je prút klbovo pripojený do podpory. Rozmer vektora \mathbf{r} odpovedá stupni pretvárnej neurčitosti n_p .

Globálny vektor daného uzlového zaťaženia \mathbf{S} zostavíme podobne ako vektor \mathbf{r} . Jeho rozmer je tiež n_p . Prvky vektora uzlového zaťaženia tvoria osamelé silové zložky, pôsobiace v smeroch a kladných zmysloch každého u uzlových posunutí u_i, w_i v poradí číslovania styčníc. Vo vektore \mathbf{S} nie sú zaradené zložky zaťaženia zachytené vonkajšími väzbami.

3.2 Analýza priameho prutu

V rovine xz uvažujeme šikmý prút (obr. 3.5) styčnikovo zaťažený, ktorý je pripojený ku dvom styčnikom a, b . Rovnaké označenie prisúdime i koncom vyšetřovaného prútu. Je jedno, pre ktorý z oboch styčníc (koncov prútov) zvolíme označenie a , ale v ďalšom postupu túto konvenciu musíme bezpodmienečne dodržať. Uzol a je tým vybraný za počiatok lokálnej súradnicovej sústavy $x^* z^*$, pretože analýzu prútu je výhodné spraviť najprv v tejto súradnicovej sústave. Lokálna súradnicová osa x^* sa stotožní s osou prútu ab (smeruje od počiatočného bodu a ku koncovému bodu b). Kladná lokálna osa z^* je voči kladnej ose x^* pootočená o pravý uhol v zmysle chodu hodinových ručičiek. Vzťah medzi lokálnou a globálnou súradnicovou sústavou je jednoznačne definovaný orientovaným uhlom γ_{ab} . Odmeriavame ho od kladnej globálnej osy x ku kladnej lokálnej ose x^* . Prakticky použijeme osu x rovnobežnú s globálnou osou a s počiatkom v počiatočnom bode a prútu (obr. 3.5).



3.2.1 Prút obojstranne kĺbovo pripojený

Kĺbové pripojenie oboch koncov a , b prútov predstavuje oba koncové momentové zložky nulové, teda $M_{ab}^* = M_{ba}^* = 0$.

Maticu tuhosti prútu v GSS rovinnej priehradovej konštrukcie môžeme v maticovom tvare zapísať:

$$\mathbf{k}_{ab} = \mathbf{T}_{ab}^T \mathbf{k}_{ab}^* \mathbf{T}_{ab} = \begin{Bmatrix} c & 0 \\ s & 0 \\ 0 & c \\ 0 & s \end{Bmatrix} \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{Bmatrix} = \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} \begin{Bmatrix} c & -c \\ s & -s \\ -c & c \\ -s & s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{k}_{ab} = \frac{EA_{ab}}{l_{ab}} \begin{Bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & -s^2 \\ -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{Bmatrix}$$

3.3 Analýza prútovej sústavy

Analýza prútovej sústavy spočíva v tom, že príslušným zoskupením objektov prútov podľa jednotlivých parametrov deformácie, celá konštrukcia (kladných neznámych veličín) získa riešiteľnú sústavu n_p lineárnych algebrických rovníc. Ich riešením určíme veľkosti všetkých globálnych zložiek parametrov deformácie uzlov.

Prevodom príslušných globálnych parametrov deformácie späť do lokálnej súradnicovej sústavy $x^* z^*$ z každého prútu získame lokálne zložky parametrov deformácie r_{ab}^* . Z nich vypočítame pomocou lokálnych objektov prútu všetky koncové sily prútu, usporiadané do vektoru \mathbf{R}_{ab}^* . Z podmienok rovnováhy v podporových bodoch môžeme stanoviť nakoniec aj zložky reakcií vonkajších väzieb.

3.3.1 Sústava rovníc

Z globálnych objektov \mathbf{k}_{ab} každého prútu ab môžeme zostaviť sústavu lineárnych algebrických rovníc, vyjadrujúcich statické podmienky rovnováhy pre všetky uzly riešenej prútovej sústavy.

V maticovej forme môžeme sústavu n_p rovníc zapísať v tvare

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F}, \quad (3.15)$$

kde \mathbf{K} je symetrická štvorcová matica sústavy rovníc rádu n_p a zostavuje sa z globálnych matic \mathbf{k}_{ab} jednotlivých prútov. Vzhľadom ku svojmu fyzikálnemu významu sa matica \mathbf{K} nazýva matica tuhosti prútovej sústavy. Vektor \mathbf{r} v (3.15) predstavuje globálny vektor parametrov deformácie prútovej sústavy rozmerov n_p a obsahuje všetky hľadané zložky premiestnenia uzlov celej konštrukcie. Vektor \mathbf{F} na pravej strane sústavy rovnice (3.15) označuje zaťažovací vektor prútovej sústavy, stručne nazývaný pravou stranou. Má rozmer n_p a pre priehradovú konštrukciu je rovnaký ako vektor \mathbf{S} .

$$\mathbf{F} = \mathbf{S}. \quad (3.16)$$

V tejto rovnici vyjadruje \mathbf{S} globálny vektor uzlového zaťaženia a obsahuje hodnoty daného zaťaženia v uzloch, pôsobiace v smeroch a kladných zmysloch každého z globálnych parametrov deformácie vektoru \mathbf{r} .

Každá rovnica v sústave (3.15) predstavuje jednu podmienku rovnováhy pre všetky príslušné uzlové zložky síl. Súčinitele u jednotlivých neznámych zložiek parametrov deformácie obsadzujú v danom riadku odpovedajúce stĺpce matice. Tento postup sa nazýva lokalizácia.

Vyriešením sústavy rovníc (3.15) je analýza prútovej sústavy ukončená. Tým máme pre daný zaťažovací stav k dispozícii deformáciu celej prútovej sústavy.

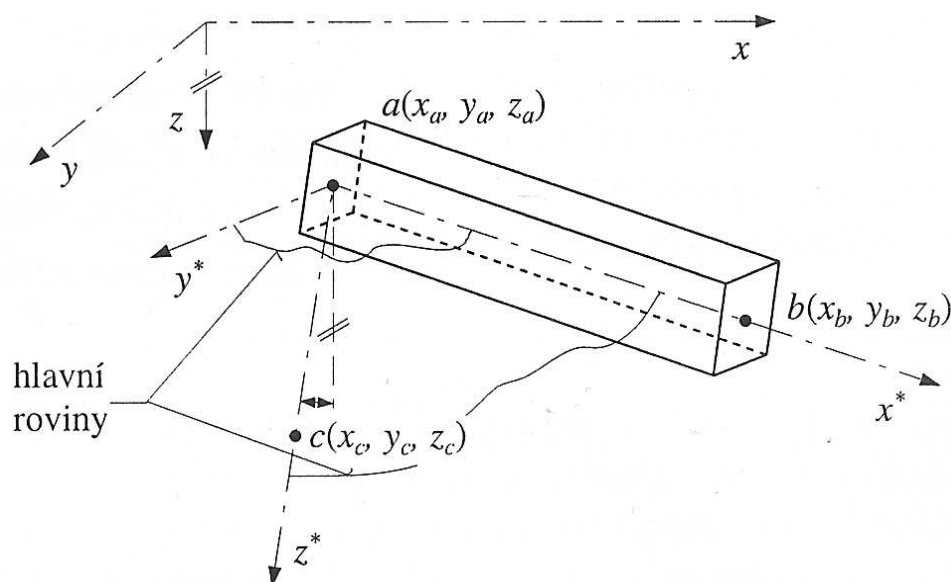
Účinok silového zaťaženia s deformáciou v koncoch prútov ab bol vyšetrovaný sekundárnymi časťami. Získame výsledné koncové sily, ktoré vyjadríme maticovou rovnicou

$$\mathbf{R}_{ab}^* = \mathbf{k}_{ab}^* \mathbf{r}_{ab}^*, \quad (3.17)$$

kde vektor \mathbf{R}_{ab}^* prislúcha výsledným lokálnym zložkám koncových síl prútu ab .

4. Obecná deformačná metóda pre priestorové konštrukcie [8]

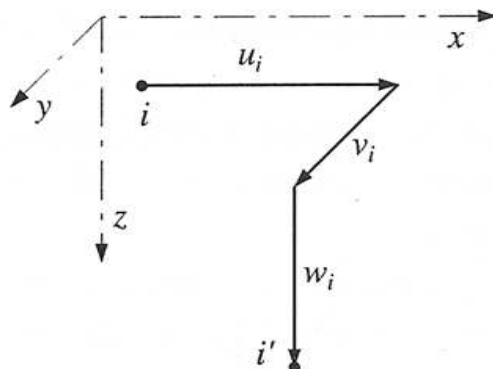
4.1 Výpočtový model



Obr. 4.1 Poloha priameho prútu v priestore

Pre výpočet umiestňujeme priestorovú prútovú sústavu do pravouhlého globálneho súradnicového systému s osami x, y, z . Každý i -ty uzel je v ňom jednoznačne popísaný trojicou súradníc x_i, y_i, z_i . Strednica každého priameho prútu je definovaná dvojicou uzlov a, b , ktoré prút spája.

Tvorba výpočtového modelu vychádza z rovnakých zásad ako u rovinnej prútovej sústavy. Kĺbový styčník predstavuje dokonalý kĺb s možnosťou iba troch globálnych zložiek posunutia u_i , v_i , w_i . Tento typ uzlu sa používa pri modelovaní priestorových priehradových konštrukcií.



Obr. 4.2 Kladné globálne parametre deformácie uzlu

4.2 Stupeň pretvárnej neurčitosti

Stupeň pretvárnej neurčitosti n_p priestorovej prútovej sústavy je rovný, rovnako ako u rovinnej sústavy, celkovému počtu neznámych (voľných) parametrov deformácie sústavy. U neviazaného monolitického, resp. čisto kĺbového uzlu (tz. bez akýchkoľvek vonkajších väzieb), je to vždy šesťica, resp. trojica parametrov.

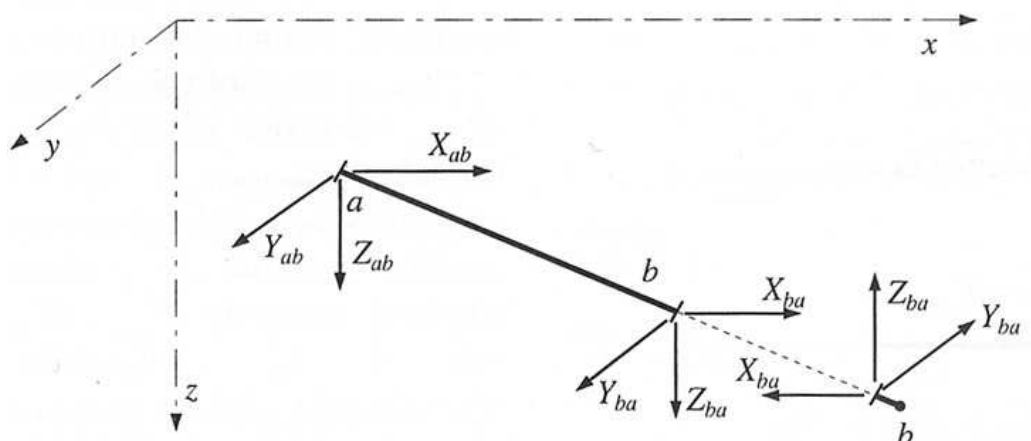
4.3 Analýza prutu v priestore

Vektor globálnych parametrov deformácie prútu ab ma tvar:

$$\mathbf{r}_{ab} = \{u_a \ v_a \ w_a \ u_b \ v_b \ w_b\}^T \quad (4.1)$$

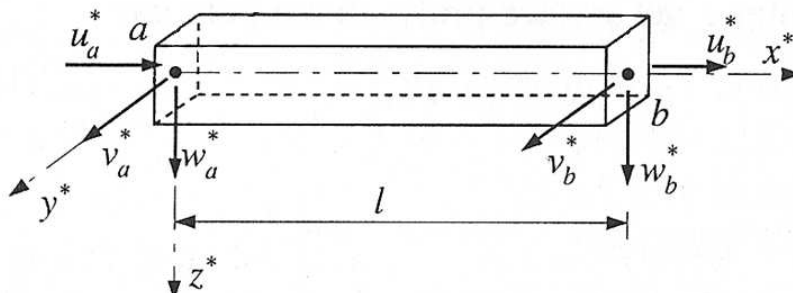
Vektory výsledných zložiek koncových síl prútu ab sú:

$$\mathbf{R}_{ab} = \{X_{ab} \ Y_{ab} \ Z_{ab} \ X_{ba} \ Y_{ba} \ Z_{ba}\}^T \quad (4.2)$$



Obr. 4.3 Kladné globálne koncové sily prútu ab a zložky interakcií v uzle b

Vlastnú analýzu prútu spravíme opäť najvýhodnejšie v lokálnej súradnicovej sústave x^*, y^*, z^* . Lokálna súradnicová osa x^* je vodorovná smerom doprava a je totožná so strednicou prútu ab (obr. 4.4). Osa z^* smeruje zvislo dolu a osa y^* vodorovne dopredu.

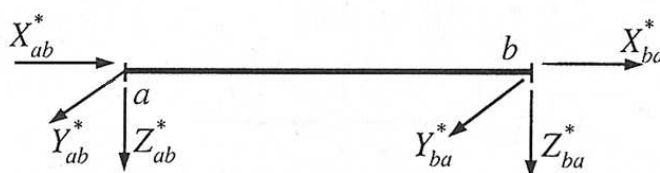


Obr. 4.4 Lokálne uzlové parametre deformácie

Lokálne uzlové parametre deformácie usporiadame do vektora:

$$\mathbf{r}_{ab}^* = \{u_a^* \ v_a^* \ w_a^* \ u_b^* \ v_b^* \ w_b^*\}^T \quad (4.3)$$

Lokálne vektory výsledných zložiek koncových síl sú zobrazené na nasledujúcom obrázku.



Obr. 4.5 Koncové sily na prúte

4.3.1 Vytvorenie matice tuhosti

Pri vytváraní matice tuhosti \mathbf{k}_{ab} pre priestorovú priehradovú konštrukciu postupujeme rovnako, ako pri rovinnej priehradovej konštrukcii (viď. kap. 3.1.3). Jediný rozdiel nastáva pri tvorbe transformačnej matice, kde vstupuje do výpočtu tretí rozmer.

$$\mathbf{T}_{ab} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \cos \beta & \cos \gamma \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{T}_{ab}^T = \mathbf{T}_{ab}^{-1} = \begin{Bmatrix} \cos \alpha & 0 \\ \cos \beta & 0 \\ \cos \gamma & 0 \\ 0 & \cos \alpha \\ 0 & \cos \beta \\ 0 & \cos \gamma \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

5. Nelineárne úlohy u prútových sústav

5.1 Podstata nelineárnych úloh

U nelineárnych úloh neplatí obecné princípy úmernosti a superpozície, čo má veľmi závažné dôsledky. Celý doterajší výklad deformačnej metódy bol podaný za predpokladu platnosti oboch zmienených princípov. Aby bolo možné použiť deformačnú metódu pre riešenie nelineárnych úloh, je nutné vhodnými obratmi, ktoré budú ďalej popísané, formulovať každú nelineárnu úlohu, ako postupnosť lineárnych krokov, často v spojení s prírastkovým alebo iteračným výpočtom (tj. postupným približovaním). Tým sa ale podstatne zvyšuje prácnosť riešenia týchto úloh, čo vyžaduje použitie výkonných počítačov.

5.2 Konštrukčná nelinearita

Konštrukčná nelinearita, spôsobená jednostrannými vonkajšími väzbami alebo tiahľami, spočíva v tom, že v niektorých zaťažovacích stavoch môžu byť väzby alebo tiahla vyradené z funkcie, zatiaľ čo v iných zaťažovacích prípadoch zostanú funkčné. Výsledky riešenia týchto dvoch odlišných prípadov potom nejde navzájom superponovať.

Pri riešení takého zaťažovacieho prípadu, u ktorého môže dôjsť k vyradeniu väzby alebo tiahla z funkcie, spravíme najprv výpočet za predpokladu, že väzby alebo tiahla sú funkčné. Vyradenie z funkcie sa potom pozná podľa toho, že vo väzbe vychádza opačná reakcia, než akú môže väzba prenášať, alebo v tiahle vychádza tlak.

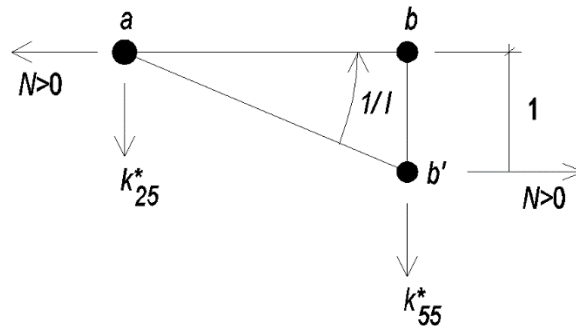
Pokiaľ sa vyradenie z funkcie pripúšťa, je nutné vyradené väzby alebo tiahla z výpočtového modelu odstrániť a spraviť nový výpočet upraveného modelu. Túto činnosť je obecné nutné iteratívne opakovať, pretože pri každej zmene výpočtového modelu sa môže stať, že sa vyradí ďalšia jednostranná väzba alebo tiahlo, prípadne sa skôr vyradená väzba alebo tiahlo znova stane funkčným.

5.3 Geometrická nelinearita

5.3.1 Geometrická nelinearita pre Jawerthov väzník

Pri geometricky nelineárnom riešení sa budem zaoberať výpočtom konštrukcie podľa teórie II. rádu, a to aj naďalej v súlade s teóriou malých deformácií. Teória II. rádu spočíva v tom, že statické podmienky rovnováhy sa zastavujú pre konštrukciu deformovanú, pričom sa rešpektujú hlavne deformácie spôsobené dĺžkové zmeny ramien síl pri výpočtu statických momentov týchto síl. Pre zjednodušenie úlohy predpokladáme, že konštrukcia obsahuje len priame pruty stáleho (a nie tenkostenného) prierezu, ktoré nie sú po svojej dĺžke zaťažené žiadnym zadaným osovým zaťažením.

Lokálne matice tuhosti prutu získame z matice určenej podľa I. rádu tak, že štyri prvky týkajúce sa osového namáhania ponecháme bez zmeny. Ostatné prvky sú vypočítané z momentovej podmienky rovnováhy v 2. a 5. jednotkovom deformačnom stave [8] – zvislé jednotkové posunu koncov prutu (obr. 5.1). Pretože pri výpočte podľa teórie II. rádu pôsobí aj pri priečnom namáhaní osová sila N , je nutné ju zahrnúť do podmienky rovnováhy.



Obr. 5.1 Jednotkový deformačný stav na priamom prúte

Lokálnu maticu tuhosti pro prút obojstranne kĺbovo uložený môžeme zapísať:

$$k_{a,b}^* = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & \frac{N}{l} & 0 & -\frac{N}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{N}{l} & 0 & \frac{N}{l} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

5.3.2 Geometrická nelinearita pre lanovú konštrukciu nad kruhovým pôdorysom

Princíp tohto riešenia spočíva v zostavovaní podmienok rovnováhy priamo na deformovanej konštrukcii. Jednotlivé deformácie vypočítané podľa teórie I. rádu udelíme odpovedajúcim styčným, tým získame nové súradnice jednotlivých styčníc, ktoré odpovedajú deformovanej prútovej sústave. Ďalej prevedieme opäť výpočet matic tuhosti, teraz však pre novú vytvorenú prútovú sústavu. Vyriešime znovu prútovú sústavu obvyklým postupom, avšak s novými vyčítanými maticami. Tým získame upresnené hodnoty deformácií, ktoré použijeme k určeniu nových deformácií jednotlivých styčníc, ich nových súradníc a následne i k výpočtu nových matic tuhosti prútov.

6. Tvorba výpočtových programov

Výpočtové programy boli vytvorené v programe MATLAB. MATLAB je užívateľské prostredie zamerané na výpočty s maticami, vykresľovanie 2D aj 3D grafov funkcií, implementácia algoritmov, počítačovú simuláciu, analýzu aj prezentáciu dát a tvorbu aplikácií, vrátane užívateľského rozhrania. V rámci bakalárskej práce boli v Matlabe vytvorené dva programy pre výpočet lanových konštrukcií. Prvý program slúži na výpočet lanových konštrukcií, kde je pravdepodobné, že pri lineárnom výpočte v konštrukcii vznikne tlak. Druhý program pracuje podľa teórie II. rádu, teda na zdeformovanej konštrukcii.

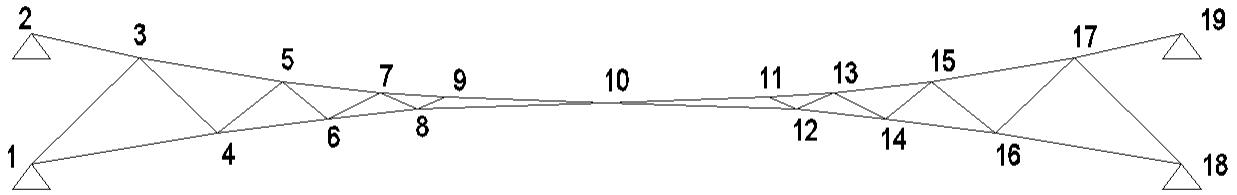
6.1 Tvorba programu pre Jawerthov väzník

6.1.1 Vytvorenie a načítanie vstupných údajov

Na začiatku výpočtu je nutné danú konštrukciu rozdeliť na prúty a styčníky, a očíslovať ich. Pre každý začiatok a koniec prúta sa určí číslo styčníka, a tým sa zdefiniuje celá konštrukcia.

Prúty			SÚRADNICE POČIATKU A KONCA			
Prút	Počiatok	Koniec	x_a	z_a	x_b	z_b
1	1	4	0	9,1	12,959	6,947
2	1	3	0	9,1	7,489	1,732
3	2	3	0	0	7,489	1,732
4	3	4	7,489	1,732	12,959	6,947
5	3	5	7,489	1,732	17,474	3,399
6	4	5	12,959	6,947	17,474	3,399
7	4	6	12,959	6,947	20,637	5,958
8	5	6	17,474	3,399	20,637	5,958
9	5	7	17,474	3,399	24,298	4,134
10	6	7	20,637	5,958	24,298	4,134
11	6	8	20,637	5,958	26,866	5,287
12	7	8	24,298	4,134	26,866	5,287
13	7	9	24,298	4,134	28,845	4,401
14	8	9	26,866	5,287	28,845	4,401
15	8	10	26,866	5,287	40,085	4,844
16	9	10	28,845	4,401	40,085	4,844
17	10	11	40,085	4,844	51,325	4,401
18	10	12	40,085	4,844	53,304	5,287
19	11	12	51,325	4,401	53,304	5,287
20	11	13	51,325	4,401	55,872	4,134
21	12	13	53,304	5,287	55,872	4,134
22	12	14	53,304	5,287	59,533	5,958
23	13	14	55,872	4,134	59,533	5,958
24	13	15	55,872	4,134	62,696	3,399
25	14	15	59,533	5,958	62,696	3,399
26	14	16	59,533	5,958	67,211	6,947
27	15	16	62,696	3,399	67,211	6,947
28	15	17	62,696	3,399	72,681	1,732
29	16	17	67,211	6,947	72,681	1,732
30	16	18	67,211	6,947	80,17	9,1
31	17	18	72,681	1,732	80,17	9,1
32	17	19	72,681	1,732	80,17	0

Tab. 6.1 Vstupné údaje lanovej konštrukcie



Obr. 6.1 Schéma uloženia a označenie styčníc lanovej konštrukcie

Pre načítanie vstupných údajov, ako sú súradnice uzlov a prútov, umiestnenie a veľkosť síl, prierezové charakteristiky jednotlivých lán a kódové čísla, ktoré predstavujú stupeň voľnosti v jednotlivých styčníkoch, sme použili funkciu v Matlabe `xlsread`, ktorá načíta údaje z vopred určeného miesta v Exceli.

```
uzly=xlsread('lanova_priehrada.xlsm','Sheet 1','C4:D204');
pocet_uzlov=size(uzly,1);

pruty=xlsread('lanova_priehrada.xlsm','Sheet 2','D4:E204');
pocet_prutov=size(pruty,1);

sily=xlsread('lanova_priehrada.xlsm','Sheet 3','B4:E204');
pocet_sil=size(sily,1);

plochy=xlsread('lanova_priehrada.xlsm','Sheet 2','N4:N204');

E=xlsread('lanova_priehrada.xlsm','Sheet 2','O4:O204');

kodove_cisla=xlsread('lanova_priehrada.xlsm','Sheet 1','E4:F204');
```

6.1.2 Vytvorenie nulového vektora osových síl \mathbf{N}

Ešte pred začatím vytvorenia matice tuhosti \mathbf{K} , je potrebné vytvoriť nulový vektor o veľkosti počtu prútov, ktorý predstavuje prvotné osové sily, ktoré sú v konštrukcii v nezaťaženom stave. Tento vektor vstupuje do výpočtu (4.1), kde v prvej iterácii neovplyvnia výsledky a výpočet prebehne lineárne. V ďalšej iterácii už je vektor osových síl \mathbf{N} nenulový a pri výpočte vzniká geometrická nelinearita (viď kapitola 5.3.1).

6.1.3 Vytvorenie matice tuhosti \mathbf{K}

Po zadaní všetkých vstupných údajov určí program ako prvé dĺžky prútov l a ich uhol v rovine vzhľadom ku globálnej osi.

```
for i=1:pocet_prutov
    l(i)=sqrt((uzly(pruty(i,2),1)-
        (uzly(pruty(i,1),1))^2+(uzly(pruty(i,2),2)-(uzly(pruty(i,1),2)))^2);
    cos(i)=(uzly(pruty(i,2),1)-(uzly(pruty(i,1),1)))/l(i);
    sin(i)=(uzly(pruty(i,2),2)-(uzly(pruty(i,1),2)))/l(i);
end
```

Podstatnú časť výpočtu tvorí zostavovanie matice tuhosti, vytvorenie lokálnych a transformačných matíc pre jednotlivé pruty a ich následne prevedenie do globálnych matíc,

vytvorenie celkovej matice tuhosti **K**. Rozmer matice tuhosti sa líši v závislosti na veľkosti konštrukcie a jej podopretia.

6.1.4 Zaťaženie konštrukcie

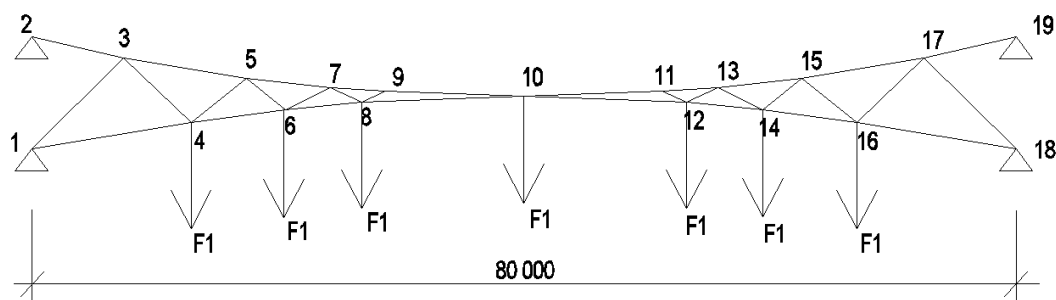
Po vytvorení matice **K** vytvorí program zaťažovací vektor **F** z tab 6.2 pomocou skriptu:

```
F=zeros(2*pocet_uzlov,1);
for i = 1 : pocet_uzlov
    F(i*2-1,1) = sily(i,2);
    F(i*2,1) = sily(i,3);
End
```

Konštrukciu sme zaťažili zvislými silami (obr.6.2), ktoré predstavujú pôsobenie od strešného plášťa. Pri tvorbe vstupných údajov je potrebné dbať na reálne umiestnenie zaťaženia a na smer zaťažovania.

Zaťaženie		
Uzly	Sila v smere x[kN]	Sila v smere z[kN]
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	10
5	0	0
6	0	10
7	0	0
8	0	10
9	0	0
10	0	10
11	0	0
12	0	10
13	0	0
14	0	10
15	0	0
16	0	10
17	0	0
18	0	0
19	0	0

Tab. 6.2. Zaťaženie v jednotlivých styčníkoch



Obr.6.2 Zaťaženie lanovej konštrukcie

6.1.5 Výpočet deformácií a osových síl

Pre vypočítanie posunov jednotlivých uzlov konštrukcie vynásobíme inverznú maticu konštrukcie \mathbf{K}^{-1} zo zaťažovacím vektorom \mathbf{F} (riešenie rovnice (3.15)). Výsledky posunov sú znázornené v obr.5.3.

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	5.9232e-04
6	5.9447e-04
7	-7.7184e-04
8	0.0021
9	8.5806e-04
10	0.0042
11	-8.2058e-04
12	0.0064
13	7.9403e-04
14	0.0096
15	-5.7174e-04
16	0.0127
17	7.4977e-04
18	0.0156
19	4.5896e-18
20	0.0548
21	-7.4977e-04
22	0.0156
23	5.7174e-04

Obr.6.3 Čiastočný výstup posunov z programu Matlab

6.1.6 Výpočet osových síl

Globálne vektory deformácií \mathbf{r} sú posuny začiatku a konca jednotlivých prútov (obr. 6.4)

```
for i=1:pocet_prutov
d=r(pruty(i,1)*2-1:pruty(i,1)*2,1)
d1=r(pruty(i,2)*2-1:pruty(i,2)*2,1)
Vdef(:, :, i)=[d;
               d1];

val(:, :, 1) =

               0
               0
-0.005081807744763
0.007618208168301

val(:, :, 2) =

               0
               0
0.001085789886377
0.001029204073639
```

Obr.6.4 Čiastočný výstup globálnych vektorov deformácií z programu Matlab

Globálne koncové sily \mathbf{G}_{ks} na prúte získame vynásobením globálnych matíc prútov \mathbf{k}_{ab} a globálnych vektorov deformácií \mathbf{V}_{def} :

$$\mathbf{G}_{ks} = \mathbf{k}_{ab} \cdot \mathbf{V}_{def} \quad (6.1)$$

```
Gsks(:, :, i) = kab(:, :, i) * Vdef(:, :, i);
```

Lokálne koncové sily v jednotlivých prútoch získame vynásobením globálnych koncových síl a transformačných matíc daných prútov. Osová sila v prúte X_{ab}^* je prvá hodnota z vektoru lokálnych koncových síl a X_{ba}^* je tretia hodnota pretože platí $X_{ab}^* = -X_{ba}^*$ (obr.6.5).

```
val(:, :, 4) =

-11.150689739837251
-0.013315490586987
11.150689739837251
0.013315490586987

val(:, :, 5) =

1.0e+02 *

-1.644427510662474
-0.002199973572218
1.644427510662474
0.002199973572218
```

Obr.6.5 Čiastočný výstup lokálnych síl z programu Matlab

6.1.7 Posúdenie výsledkov

V prípade, že v konštrukcii nastanú tlačené prúty čo kvôli tomu, že lano nie je možné preniesť tlak, zmenšíme týmto prútom modul pružnosti na veľmi malé číslo (v našom prípade na 0.00001), čo spôsobí, že prvok nie je schopný preniesť tlak. Modul pružnosti zmenšujeme na veľmi malé číslo, nie však na nulu z toho dôvodu, že by nám vznikla singulárna matica. Vďaka tomu, že je naša konštrukcia symetrická a aj symetricky zaťažovaná, „vypíname“ prvky symetricky. Začíname s prvkami, ktoré majú najvyšší tlak. V momente, keď majú tie prvky zníženú hodnotu modulu pružnosti, opakujeme celý výpočet, vďaka čomu získame nové hodnoty v každom prvku. Ak nájdeme prvky, ktoré sú stále tlačené, cyklus opakujeme znova. Cyklus pre vypínanie prvkov sa ukončí v momente, keď v konštrukcii sú prvky buď tlačené, alebo neprenášajú žiadne zaťaženie.

```

array(:, :, 1) = [0; 0];
for i=1:pocet_prutov
    if N(i) < -0.0000001
        if array(1,1)==0
            array(1,1)= i
        elseif abs(N(array(1,1)) - N(i)) < 0.01
            array(2,1)= i
        elseif N(array(1,1)) > N(i)
            array(1,1)= i
        end
    end
end

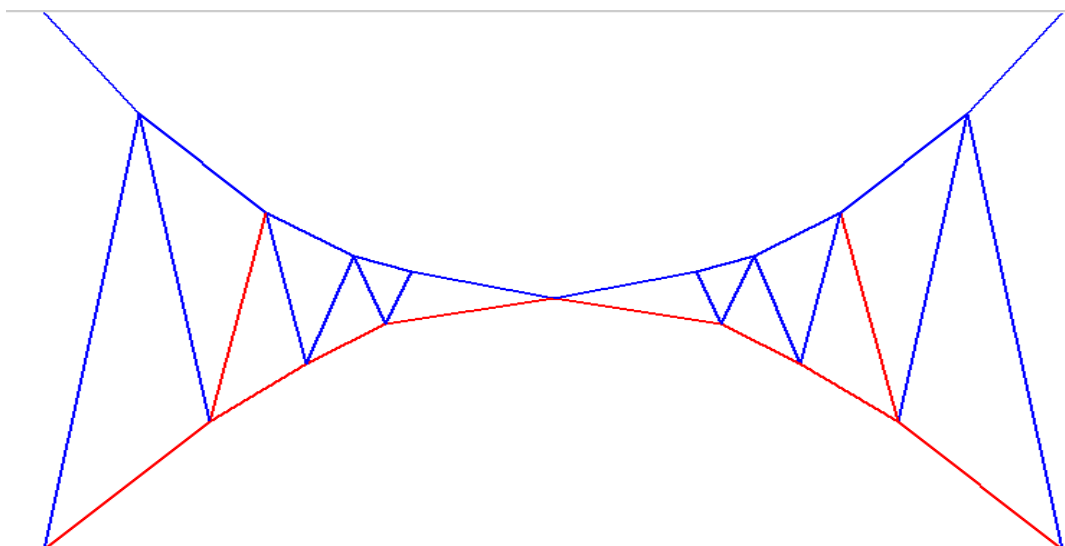
if array(1,1)>0
    E(array(1,1))=0.00001;
    E(array(2,1))=0.00001;
end

if iteracia>1
    for i=1:pocet_prutov
        if abs(N1(i,1)-N(i))>0.000001;
            break;
        end
    end
    if i==pocet_prutov
        pocet_iteraci=iteracia
        iteracia =0;
    end
end
end

```

	1
1	-86.1432
2	0.5156
3	94.2786
4	9.6369
5	86.4265
6	-1.3946
7	-77.5423
8	11.0594
9	75.9892
10	1.4190
11	-69.9816

Obr.6.6 Čiastočný výstup lokálnych síl v prvej iterácii



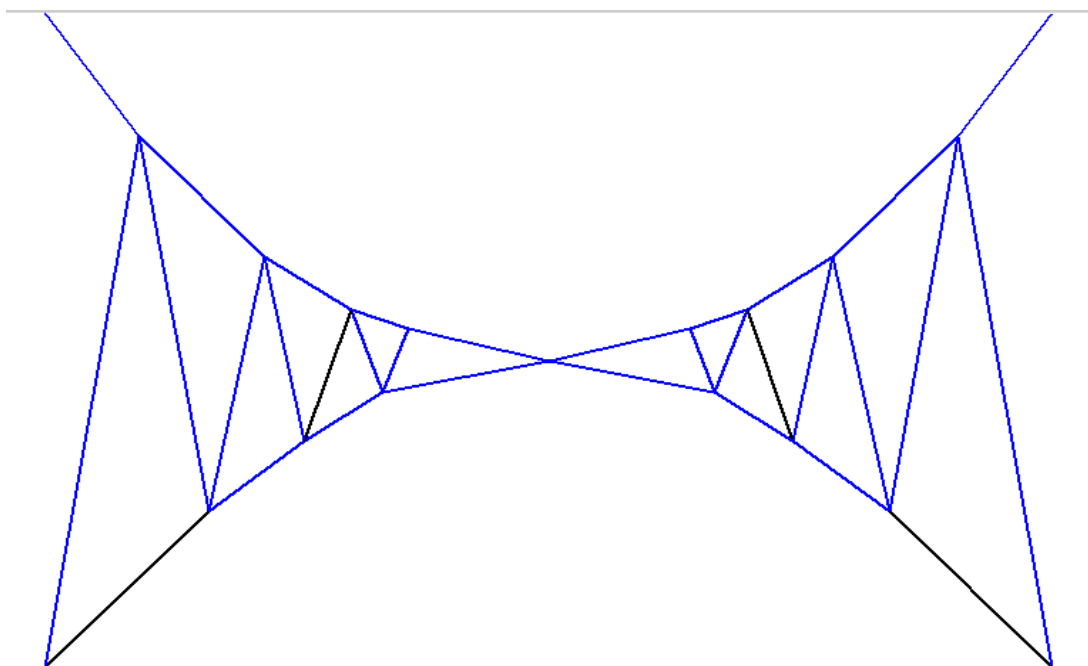
Obr.6.7 vykreslenie namáhaných prútov v prvej iterácii (červená predstavuje tlačené prvky, modrá ťahané)

V obr.6.6 a obr.6.7 je vidno, ktoré prvky boli tlačené, vďaka čomu vieme ktorým prvkom je potrebné znížiť modul pružnosti.

V obr. 6.8 a obr.6.9 už môžeme vidieť konštrukciu po ukončení všetkých iterácií.

-3.0363e-11
5.0631
171.0150
11.1507
164.4428
2.4597
6.1744
14.2302
153.9693
-1.8407e-11
17.2692
21.1800
133.9866

Obr.6.8 Čiastočný výstup lokálnych síl po poslednej iterácii



Obr.6.9 vykreslenie namáhaných prútov po poslednej iterácii (čierna predstavuje nenamáhané prvky, modrá ťahané)

6.1.8 Spresnenie výsledkov

Po ukončení znižovania modulu pružnosti prútov začína cyklus, ktorý spresňuje výsledky. V (5.1) môžeme vidieť lokálnu maticu prútu, do ktorej vstupujú normálové sily v každom prúte. Po každej iterácii do výpočtu vstupujú nové normálové sily čo ovplyvní aj nové výsledky. Tento cyklus pracuje na posudzovaní normálových síl s normálovými silami z predošlej iterácie. Cyklus sa ukončí, keď rozdiel týchto hodnôt je menší než 0.000001.

Nahradíme predošlý vektor normálových síl (ktorý je v prvom cykle nulový) novým vektorom vypočítaný v aktuálnej iterácii.

```

if iteracia>0
for i=1:pocet_prutov
    N1(i,1)=N(i);
    if i==pocet_prutov
        iteracia=iteracia+1;
    end
end
end

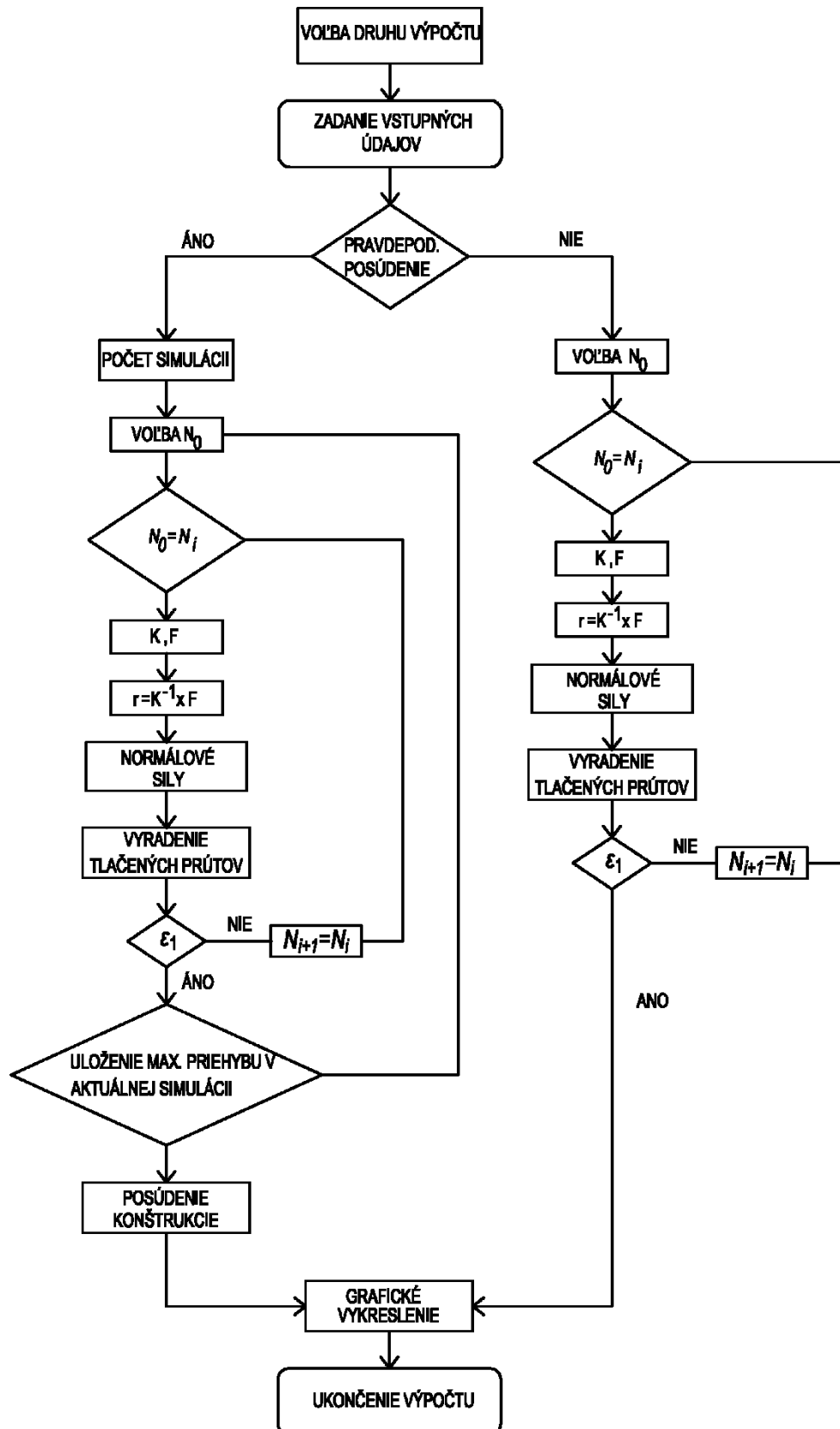
```

Spresnenie výsledkov:

$$N_{(i-1)} - N_{(i)} > 0,000001 \quad (6.2)$$

$N_{(i-1)}$... vektor osových síl z predošlej iterácie

$N_{(i)}$... vektor osových síl z terajšej iterácie



Obr. 6.10 Vývojový diagram programu pre Jawerthov väzník

6.2 Tvorba programu pre lanové konštrukcie nad kruhovým pôdorysom

Pri tvorbe programu je nutné na začiatku poznať voľnú dĺžku tangenciálnych lán aby bolo možné program spustiť. V našom prípade je dĺžka týchto lán 32 m.

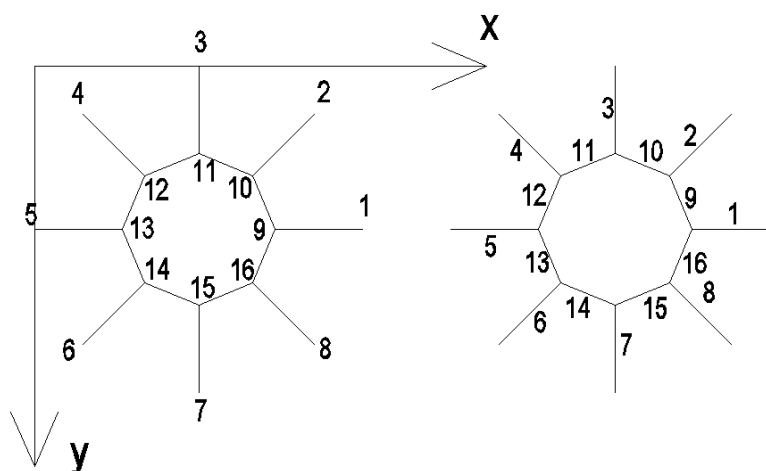
`L_vysledna=32; %m`

6.2.1 Vytvorenie a načítanie vstupných údajov

Rovnako pri načítaní údajov pre výpočet Jawerthova väzníka, načítavame vstupné údaje pre výpočet lanovej konštrukcie nad kruhovým pôdorysom z programu Excel (tab. 6.3).

Styčník	x	y	z	Kódové čísla		
				u	w	v
1	150	75	0	0	0	0
2	128,033	21,96699	0	0	0	0
3	75	0	0	0	0	0
4	21,96699	21,96699	0	0	0	0
5	0	75	0	0	0	0
6	21,96699	128,033	0	0	0	0
7	75	150	0	0	0	0
8	128,033	128,033	0	0	0	0
9	110	75	10	1	2	3
10	99,74874	50,25126	10	4	5	6
11	75	40	10	7	8	9
12	50,25126	50,25126	10	10	11	12
13	40	75	10	13	14	15
14	50,25126	99,74874	10	16	17	18
15	75	110	10	19	20	21
16	99,74874	99,74874	10	22	23	24

Tab. 6.3 Načítanie vstupných údajov



Obr. 6.11 Pôdorys a označenie styčníkov a prútov lanovej konštrukcie nad kruhovým pôdorysom

Vonkajší polomer r_1 =	75	m
Vnútorý polomer r_2 =	35	m
Hĺbka vnútorných bodov z =	10	m

Tab. 6.4

V tab. 6.4 môžeme vidieť vnútorný a vonkajší polomer konštrukcie, ktorý môžeme jednoducho meniť a prispôbiť novej konštrukcii. Vonkajší polomer r_1 predstavuje kružnicu, ktorá spojuje body 1 – 8 (obr. 6.11), polomer r_2 značí body 9 – 16 (obr. 6.11) a hĺbka vnútorných bodov z predstavuje umiestnenie bodov 9 – 16 (obr. 6.11) po z – ovej ose smerom dole (do hĺbky z pohľadu na pôdorys).

6.2.2 Vstupné veličiny z_0 a z_1 a metóda sečen

Veličiny z_0 a z_1 predstavujú prvotné údaje pre výpočet a sú potrebné pri použití metódy sečen. Tieto hodnoty je potreba vhodne zvoliť na počiatku výpočtu.

Metóda sečen je iteračná numerická metóda, používaná v numerickej matematike k numerickému riešeniu sústav nelineárnych rovníc jednej reálnej premennej. K nájdeniu riešenia je obvykle potreba menej iterácií, než u metódy polenia intervalov a metódy regula falsi. [4]

$$Z_{k+1} = Z_k - (L_k - L) \cdot \frac{(Z_k - Z_{k-1})}{(L_k - L_{k-1})} \quad (6.3)$$

kde :

- Z_k ... súradnica na z – ovej ose v aktuálnej iterácii
- Z_{k-1} ... súradnica na z – ovej ose v predošlej iterácii
- Z_{k+1} ... súradnica na z – ovej ose v nasledujúcej iterácii
- L_k ... vnútorné rameno na konštrukcii v aktuálnej iterácii
- L ... očakávaná dĺžka vnútorného ramena v konštrukcii

6.2.3 Vytvorenie matice tuhosti K

Vytváranie lokálnej matice pre priestorovú priehradovú konštrukciu je obdobné ako pri rovinnej priehradovej konštrukcii (3.9).

```
%Načítanie matice Kab* pre jednotlivé pruty
for i=1:pocet_prutov
    Klok(:, :, i)=[plochy(i)*E(i)/l(i) - (plochy(i)*E(i))/l(i) ;
                  - (plochy(i)*E(i))/l(i) (plochy(i)*E(i))/l(i)];
end
```

Ako už bolo spomenuté v kapitole 4.3.1, jediný rozdiel pri vytváraní matice tuhosti K je v transformačnej matici (4.4).

```
%Načítanie transformačnej matice Tab pre jednotlivé pruty
for i=1:pocet_prutov
    Tab(:, :, i)=[cos_alfa(i) cos_beta(i) cos_gama(i) 0 0 0 ;
                  0 0 0 cos_alfa(i) cos_beta(i) cos_gama(i)];
end
```

6.2.4 Podmienenosť matice [10]

Podmienenosť matice, alebo tiež číslo podmienivosti matice, je číslo, ktoré kvalitatívne charakterizuje danú maticu a do značnej miery determinuje chovanie (hlavne teda presnosť) rady numerických maticových algoritmov. [7]

V prípade, že vznikne zle podmienená matica, čo si overíme funkciou v Matlabe, použijeme pre výpočet koreňov rovnice metódu známu ako Symetrická horná relaxácia SSOR. V prípade, že číslo podmienivosti sa blíži k 1 je matica dobre podmienená a nemusíme použiť metódu SSOR, ak však je oveľa väčšia ako jedna, je použitá táto metóda.

Metóda $\mathbf{M}\mathbf{x}_{i+1} = (\mathbf{M} - \mathbf{A}) \cdot \mathbf{x}_i + \mathbf{b}$ je známa ako symetrická horná relaxácia SSOR.

Nech $\mathbf{A} = \mathbf{D} - \mathbf{L} - \mathbf{L}^T$ je rozklad matice, kde

$$D = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & \cdots & -a_{n,n-1} & 0 \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

Metóda SSOR volí

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\omega(2-\omega)} (\mathbf{D} - \omega\mathbf{L})\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} - \omega\mathbf{L})^T, \quad (6.5)$$

kde $\omega \in (0,2)$ je relaxačný parameter. Táto metóda nie je zd'aleka citlivá na voľbu relaxačného parametra ω . Preto sa často volí $\omega = 1$.

Matica \mathbf{M} sa nazýva predpodmieňovacia matica. Týmto pomenovaním vyjadrujeme tú skutočnosť, že vhodnou voľbou matice \mathbf{M} môžeme číslo podmienivosti matice \mathbf{K} zmenšiť (vzhľadom číslu podmienivosti nepredpodmieňovanej matice $\mathbf{K} = \mathbf{A}$) a tým urýchliť konvergenciu metódy.

Spoločným rysom predpodmieňovacej matice sú tieto vlastnosti:

- \mathbf{M} je dobrá aproximácia \mathbf{A} ,
- zostavenie matice \mathbf{M} nevyžaduje veľký objem výpočtov,
- riešenie sústavy $\mathbf{M}\mathbf{z}_k = \mathbf{r}_k$ nevyžaduje veľký objem výpočtov.

Prvým krokom algoritmu je opäť zvolenie počiatočnej aproximácie \mathbf{x}_1 a z nej dostávame \mathbf{r}_1 . Ďalej potom riešime sústavy $\mathbf{M}\mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1$ vektor \mathbf{z}_1 a nakoniec $\mathbf{v}_1 = \mathbf{z}_1$.

Obecné rovnice tejto metódy môžeme zapísať takto:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \mathbf{z}_i^T \mathbf{M}\mathbf{z}_i / \mathbf{v}_i^T \mathbf{A}\mathbf{v}_i, \\ \mathbf{x}_{i+1} &= \mathbf{x}_i + \mathbf{z}_i = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{v}_i, \\ \mathbf{r}_{i+1} &= \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{A}\mathbf{v}_i, \\ \mathbf{M}\mathbf{z}_{i+1} &= \mathbf{r}_{i+1}, \\ \beta_i &= \mathbf{z}_{i+1}^T \mathbf{M}\mathbf{z}_{i+1} / \mathbf{z}_i^T \mathbf{M}\mathbf{z}_i, \\ \mathbf{v}_{i+1} &= \mathbf{z}_{i+1} + \beta_i \mathbf{v}_i, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (6.6)$$

6.2.5 Vytvorenie novej geometrie a výpočet normálových síl

Podľa čísla podmienenosti sme použili na výpočet posunov styčnícov metódu SSOR (6.2.4 podmienenosť matice) alebo rovnicu (3.12). Týmto sme získali nové súradnice styčnícov a mohli sme ich porovnať zo súradnicami z predošlej iterácie.

Keďže v prvej iterácii sme nemali posuny styčnícov vypočítané, museli sme ich vytvoriť, aby sme splnili podmienku. V našom prípade boli posuny označené ako r_new , ktoré predstavovali posuny styčnícov v aktuálnej iterácii a r_old , ktoré predstavovali posuny v predošlej iterácii.

```
for i=1:pocet_uzlov*3
    r_new(i,1)=1;
    r_old(i,1)=0;
end
```

Týmto porovnávaním posunov z predošlej iterácii sa približujeme k rovnovážnemu stavu, vďaka čomu spresňujeme výsledky do bodu, kedy nám rozdiel posunov terajšej iterácie s predošlou vyhovuje a výpočet môže pokračovať ďalej.

Keďže porovnáваме priehyby styčnícov vo vnútornom polomere (viď. obr. 6.11) a konštrukcia je symetricky navrhnutá aj zaťažená, môžeme predpokladať, že pokles jedného z vnútorných bodov bude v praxi rovnaký, ako na ostatných bodoch. Avšak pri výpočte obecnou deformačnou metódou s geometrickou nelinearitou môžu vznikať nepresné výsledky vďaka použitým numerickým metódam, preto porovnáваме pokles konštrukcie vždy na jednom referenčnom bode, v našom prípade styčník 16 (viď obr. 6.11), vďaka čomu aj urýchlime výpočtový čas, pretože nemusíme porovnávať všetky styčníky v každej iterácii.

V našom prípade vyzerá podmienka pre spresnenie výsledkov nasledovne.

```
%tolerancia
tol=0.001;
while ((abs(r_new(48)-r_old(48)))/(r_new(48)))>tol)
```

Po ustálení konštrukcie sa ukončí cyklus pre spresnenie výsledkov posunov styčnícov a začne cyklus pre výpočet metódy sečen viď. 6.2.2.

Pre výpočet sečnovej metódy sú potrebné vstupné veličiny z_0 a z_1 , ktoré predstavujú posuny styčnícov vo zvislom smere v terajšej a v predošlej iterácii a vďaka ktorým dopočítame hodnoty L_0 a L_1 ktoré následne vložíme do rovnice (6.3). Na začiatku zvolíme ľubovoľné hodnoty pre z_0 a z_1 , jediná podmienka je aby z_1 bolo menšie ako z_0 . Na získanie už skutočných hodnôt je potrebné, aby cyklus prebehol dvakrát (obr. 6.13). Pričom prvý cyklus vypočíta z_0 a druhý cyklus z_1 . Po ukončení prvého cyklu v metóde sečen už bude program počítat iba s cyklom pre výpočet z_1 a z_0 získa tým že ho položí rovné z_1 z predošlej iterácie. Celý výpočet si môžete lepšie predstaviť vďaka obr.6.13.

Po ukončení výpočtu metódy sečen, a tým aj ustáleniu konštrukcie, môžeme vypočítať normálového sily ktoré v konštrukcii vznikajú.

```
%globalne vektory deformacii
for i=1:pocet_prutov
    d=[r_new(pruty(i,1)*3-2);
        r_new(pruty(i,1)*3-1);
```

```

    r_new(pruty(i,1)*3)];
d1=[r_new(pruty(i,2)*3-2);
    r_new(pruty(i,2)*3-1);
    r_new(pruty(i,2)*3)];
Vdef(:, :, i)=[d;
               d1];
%globalne koncové sily na prutoch
Gsks(:, :, i)=kab(:, :, i)*Vdef(:, :, i);

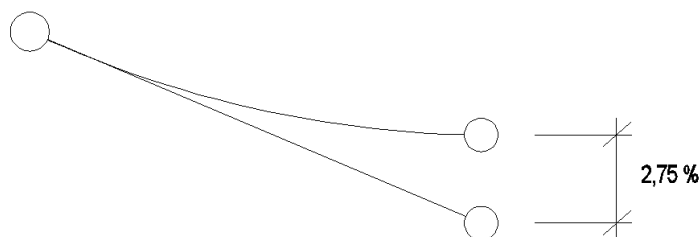
%Lokálne koncové sily
Lks(:, :, i)=Tab(:, :, i)*Gsks(:, :, i);

```

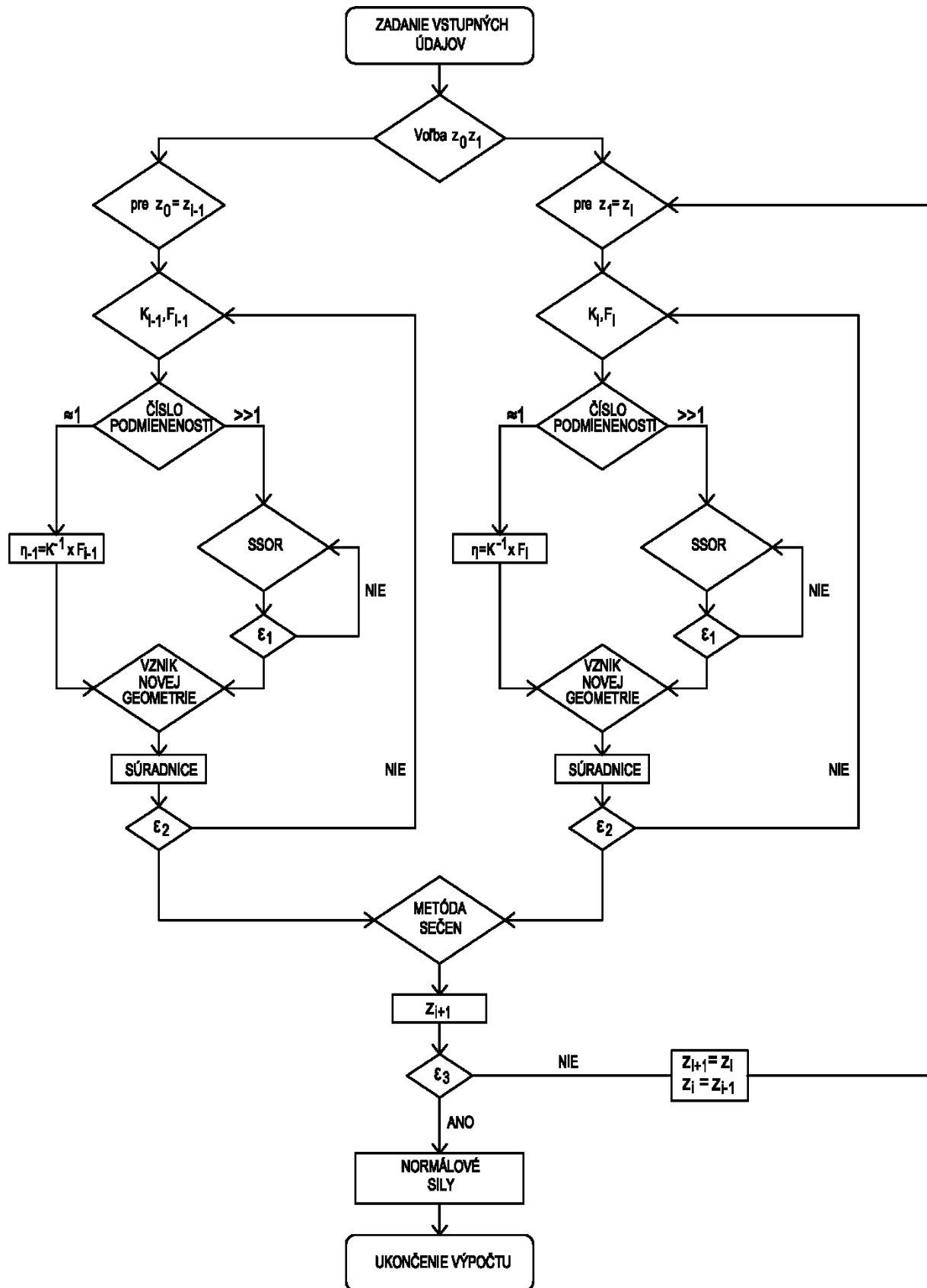
6.2.6 Porovnanie výsledkov

Keďže sme pri riešení konštrukcie používali iteračné výpočty, je pravdepodobné, že vznikla odchýlka od presného výsledku. V našom prípade je vypočítaná zvislá súradnice $z = 22,3254$ m, čo predstavuje rozdiel 2,75 % oproti výsledku z literatúry [5].

Avšak tento rozdiel môžeme prisúdiť faktu, že v našom príklade pracuje program s tým, že prút sa chová ako priamka (obr. 6.12) a riešenie z literatúry [5] berie fakt, že lano sa môže po svojej dĺžke prehnúť, čím vznikajú rozdiely vo výsledkoch.



Obr. 6.12 Graficky znázornený rozdiel vo výsledkoch



Obr. 6.13 Vývojový diagram programu pre lanové konštrukcie nad kruhovým pôdorysom

7. Pravdepodobnostný posudok

Program umožňuje pre Jawerthov väzník tiež pravdepodobnostné posúdenie, podľa medzného stavu použiteľnosti. Na začiatku výpočtu sa program opýta, či máte záujem o pravdepodobnostný výpočet.

Ak sa používateľ rozhodne posúdiť konštrukciu pravdepodobnostne, musí zadať počet simulačných krokov. Odporúča sa počítat' z počtom simulácií 10 000 čo predstavuje o 2 rady vyššiu hodnotu ako sa pohybuje hodnota pravdepodobnosti poruchy p_f . Posudzujem v mieste najväčšieho priehybu.

Konštrukcia musí byť navrhnutá tak, aby odolnosť R bola väčšia než je účinok zaťaženia S . S prihliadnutím ku všetkým náhodilostiam v zaťažení, výrobných a montážnych nepresnostiach a prostrediu, v ktorom konštrukcia plní svoju funkciu, odolnosť konštrukcie R aj účinok zaťaženia S je nutné považovať za veličiny náhodné. [3]

7.1 Funkcia spoľahlivosti

Funkcia spoľahlivosti je podľa medzného stavu použiteľnosti vyjadrená ako

$$RF = w_{lim} - w \quad (7.1)$$

kde w sú variabilné hodnoty maximálneho priehybu konštrukcie, ktoré môže na konštrukcii nastať, w_{lim} predstavuje hodnotu limitného priehybu :

$$w_{lim} = \frac{L}{400} \quad (7.2)$$

7.2 Náhodné vstupné veličiny

Do výpočtu vstupujú 3 náhodné veličiny, viď tab. 6.1

Názov	Označenie	Nom. hodnota	Označenie	Rozsah
Modul pružnosti	E_{nom}	volí užívateľ	E_{var}	$\langle 0,905 - 1 \rangle$
Priemer lana	d_{nom}	volí užívateľ	d_{var}	$\langle 0,9 - 1,1 \rangle$
Zaťaženie	p_{nom}	volí užívateľ	p_{var}	$\langle 0,2 - 2 \rangle$

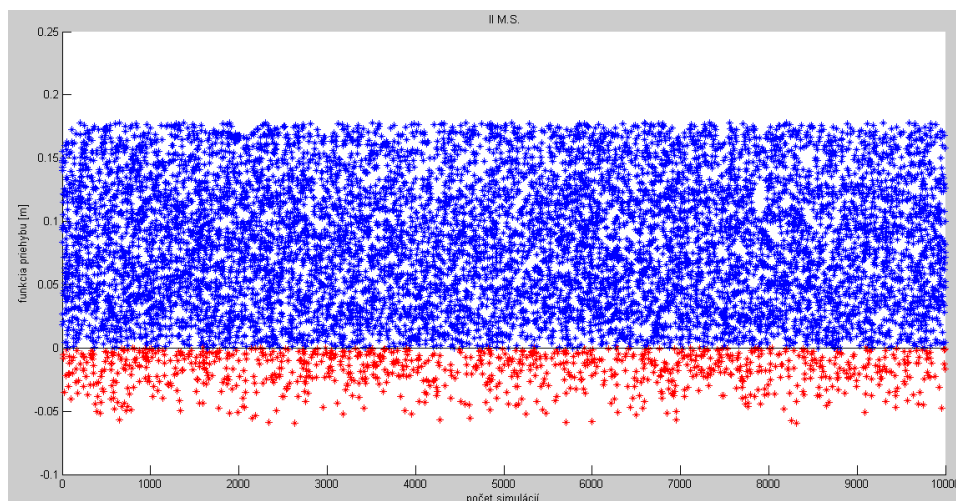
Tab. 7.1 Vstupné veličiny

Priemer lana bol zvolený tak, aby odpovedal 10 % nožnej odchýlke, ktorá môže vzniknúť pri výrobe lana.

Všetky náhodne vstupne veličiny boli modelované s využitím Gaussova normálneho rozdelenia.

7.3 Dosiahnuté výsledky

Po ukončení všetkých simulácií získame počet všetkých poruchových stavov. Na obr. 7.1 môžeme vidieť vykreslenie všetkých simulácií pričom červené bodky predstavujú prekročenie dovoleného priehybu a vodorovná osa predstavuje hranicu poruchy, kde sa účinok zaťaženia S rovná odolnosti konštrukcie R a platí $RF = 0$.



Obr. 7.1 Graf funkcie spoľahlivosti RF

7.4 Posudok spoľahlivosti

Daná konštrukcia sa posudzuje podľa medzného stavu použiteľnosti pre triedu spoľahlivosti RC2. Hodnota návrhovej pravdepodobnosti p_d bola prevzatá z [3].

Spoľahlivý stav:

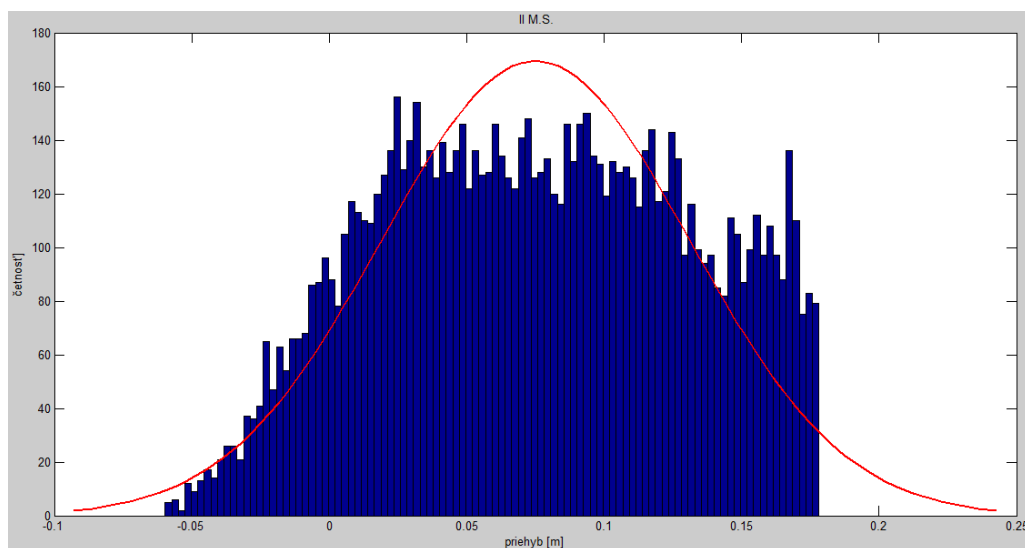
$$p_f \leq p_d = 6,7 * 10^{-2} \quad (7.3)$$

Konštrukcia vyhovuje podľa pravdepodobnostného posudku na MSP.

Nevyhovujúci stav.

$$p_f > p_d = 6,7 * 10^{-2} \quad (7.4)$$

Konštrukcia nevyhovuje podľa pravdepodobnostného posudku na MSP.



Obr.7.2 Histogram funkcie priehybu

8. Záver

Cieľom mojej bakalárskej práce bolo vytvorenie výpočtového programu pre výpočet statických a deformačných veličín lanových konštrukcií, ako sú Jawerthov väzník a lanová konštrukcia nad kruhovým pôdorysom. Tieto konštrukcie sú navrhnuté a zaťažené symetricky.

V kapitolách 2, 3, 4 sú uvedené vzťahy obecnej deformačnej metódy ktoré boli použité pre vytvorenie tohto programu.

Načrtnutie problematiky nelineárnych úloh a ich použitie v tomto programe sú uvedené v kapitole 5.

Celá aplikácia bola vytvorená v programe MATLAB. Vytvorenie výpočtového programu je popísaný v 6 kapitole. Cieľom vytvorenia programu bolo urýchlenie a zjednodušenie výpočtu lanových konštrukcií. Program umožňuje voľbu ľubovoľnej konštrukcie a rovnako tak aj jemnú úpravu aktuálnych konštrukcií, predovšetkým lanovej konštrukcie nad kruhovým pôdorysom.

Výsledky riešenia konštrukcií sú grafy vnútorných síl (normálové sily), grafy deformácií (zvislý prieťah), výpis výsledných hodnôt v lanách, maximálnych prieťahov a výpis aktuálnej iterácie v ktorej sa výpočet práve nachádza.

V siedmej kapitole je popísaný pravdepodobnostný posudok spoľahlivosti podľa medzného stavu použiteľnosti.

Prínosom bakalárskej práce bolo zdokonalenie mojich programovacích znalostí, dokonalejšie porozumenie obecnej deformačnej metóde, ako aj lepšie znalosti nelineárnych úloh, predovšetkým geometrickej a konštrukčnej nelinearity. V neposlednom rade bol pre mňa prínos aj pravdepodobnostný posudok, vďaka čomu som získal lepšiu predstavu o tomto posudzovaní.

Vylepšenie programu, na ktorom by som rád pokračoval, by mohlo spočívať v pridaní vlastnej tiaže po celej dĺžke prútu, čím by vznikli prieťahy prútov a do výpočtu by vstupovali primárne sily. Konštrukcia by sa tak ešte viac priblížila reálnemu stavu.

Pod'akovanie

Týmto chcem poďakovať vedúcej práce Ing. Lenke Koubovej, Ph.D za inšpiratívne rady, konzultácie, trpezlivosť, ochotu a cenné odborné usmernenia, bez ktorých by som túto prácu nezvládol v požadovanom rozsahu a kvalite.

Zoznam obrázkov

2.1 Styčníky rovinnej prútovej sústavy.....	10
2.2 Pripojenie prútov.....	11
2.3 Tri zložky premiestnenia monolitického styčníka.....	11
2.4 Pripojenie prutu kĺbom k monolitickému styčníku.....	12
2.5 Dve zložky premiestnenia kĺbového styčníka.....	12
2.6 Vonkajšie väzby rovinnej prútovej sústavy.....	13
3.1 Zložky interakcií a uzlové zaťaženie	15
3.2 Transformácia koncových síl.....	16
3.3 Globálne parametre deformácií a lokálne koncové sily obojstranne kĺbovo uloženého prutu.....	17
3.4 Transformácia zložiek posunutia.....	17
3.5 Orientácia prutu.....	20
4.1 Poloha priameho prutu v priestore.....	22
4.2 Kladné globálne parametre deformácie uzlu.....	22
4.3 Kladné globálne koncové sily prutu ab a zložky interakcií v uzle b	23
4.4 Lokálne uzlové parametre deformácie.....	24
4.5 Koncové sily na prúte.....	24
5.1 Jednotkový deformačný stav na priamom prúte.....	26
6.1 Schéma uloženia a označenie styčníkov lanovej konštrukcie.....	28
6.2 Zaťaženie lanovej konštrukcie.....	29
6.3 Čiastočný výstup posunov z programu Matlab.....	30
6.4 Čiastočný výstup globálnych vektorov deformácií z programu Matlab.....	30
6.5 Čiastočný výstup lokálnych síl z programu Matlab.....	31
6.6 Čiastočný výstup lokálnych síl v prvej iterácii.....	32
6.7 vykreslenie namáhaných prútov v prvej iterácii.....	33
6.8 Čiastočný výstup lokálnych síl po poslednej iterácii.....	33
6.9 vykreslenie namáhaných prútov po poslednej iterácii.....	34
6.10 Vývojový diagram programu pre Jawerthov väzník.....	35
6.11 Pôdorys a označenie styčníkov a prútov lanovej konštrukcie nad kruhovým pôdorysom.....	36
6.12 Graficky znázornený rozdiel vo výsledkoch.....	40
6.13 Vývojový diagram programu pre lanové konštrukcie nad kruhový pôdorysom.....	41
7.1 Graf funkcie spoľahlivosti RF	43
7.2 Histogram funkcie priehybu.....	43

Literatúra a použité zdroje

- [1] AGÓCS, Z. – VANKO, M.: *Ocelové nosné konštrukcie. 3. časť: Lanové konštrukcie*. Interný študijný materiál. Bratislava: Ingsteel, spol. s r. o., 2011.
- [2] KADLČÁK, Jaroslav. *Statics of suspension cable roofs*. Rotterdam: Balkema, 1995. ISBN 90-5410-618-2.
- [3] BENDA, Jiří. *Statika stavebních konstrukcí II*. Brno: CERM, 1996. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-7204-025-1.
- [4] SPAL, Luděk. *Ocelová lana ve stavebních konstrukcích*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1971. Řada stavební literatury.
- [5] JANAS, Petr, Martin KREJSA a Vlastimil KREJSA. *Přímý optimalizovaný pravděpodobnostní výpočet: monografie*. Ostrava: Fakulta stavební, Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2015. ISBN 978-80-248-3798-7.
- [6] MATLAB: MathWorks [online].. United States: The MathWorks, .1994-2016 [cit. 2016-04-25]. Dostupne z: <http://www.mathworks.com/>
- [7] VITÁSEK, Emil. *Numerické metody*. 1. vyd. Praha : SNTL, 1987. 512 s.
- [8] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. *Statika stavebních konstrukcí II*. 2. vyd. Brno: VUTUM, 2004. ISBN 80-214-2631-4.
- [9] Leopoldo GRECO, Nicola IMPOLLONIA, Massimo CUOMO. *A procedure for the static analysis of ca-ble structures following elastic catenary theory*. International Journal of Solids and Structures, Elsevier, 2014, 51 (7-8), pp.1521-1533.
- [10] RALSTON, Anthony. *Základy numerické matematiky: příručka pro univerzity ČSR*. 2. čes. vyd. Praha: Academia, 1978.

Zoznam príloh

Príloha 1 : Zdrojový kód pre výpočet Jawerthova väzníka

Príloha 2 : Zdrojový kód pre výpočet lanových konštrukcií nad kruhovým pôdorysom